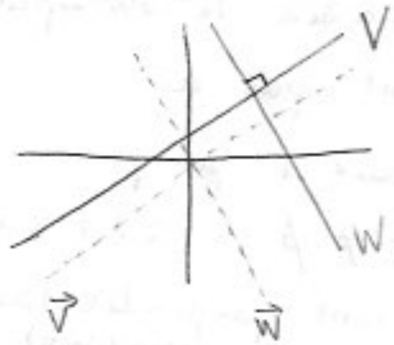
Espaces affines euclidiens

(Polycopié - Partie III).

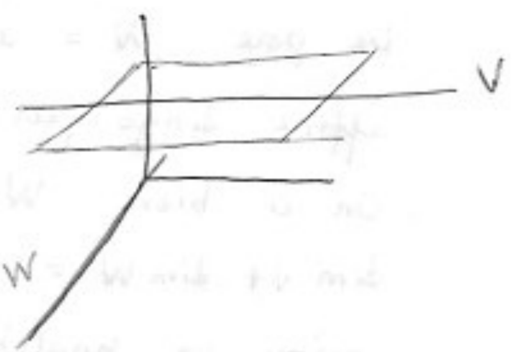
Orthogonalité : E esp. affine euclidien.

déf : V, W sous-esp. affines de E sont orthogonaux si $\vec{V} \perp \vec{W}$. Ils sont perpendiculaires si $V \cap W \neq \emptyset$ et V et W orthogonaux.

ex : $E = \mathbb{R}^2$ $E = \mathbb{R}^3$



V orth. à W
V perpend. à W



V et W orthogonaux mais non perpendiculaires car $V \cap W = \emptyset$

2.2.1 . V et W orthogonaux alors $\vec{V}, \vec{W} \subseteq \vec{E}$ et $\vec{V} \perp \vec{W}$: On en déduit $\vec{V} \subseteq \vec{W}^{\perp}$ donc $\dim \vec{V} \leq \dim \vec{E} - \dim \vec{W}$ et alors $\dim \vec{V} + \dim \vec{W} \leq \dim \vec{E}$. On a bien du coup $\dim V + \dim W \leq \dim E$.

. Comme $\vec{V} \subseteq \vec{W}^{\perp}$ alors $\vec{V} \cap \vec{W} = \{\vec{0}\}$ donc $V \cap W = \emptyset$ ou $V \cap W$ est un singleton.

. si de plus $\dim V + \dim W = \dim E$ alors $\vec{V} = \vec{W}^{\perp}$ donc $\vec{V} \oplus \vec{W} = E$ et on a montré que dans ce cas $V \cap W$ est un singleton.