

Formulaire pour le CC1 de Math 4

La transformée de Laplace de $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$ est :

$$\mathcal{L}[f](s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Transformées de Laplace usuelles

(11)	$f(t)$	$\mathcal{L}[f](s)$
(12)	$e^{at}t^n$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
(13)	$e^{at} \cos(\omega t), \omega > 0, a \in \mathbb{R}$	$\frac{(s-a)}{(s-a)^2 + \omega^2}$
(14)	$e^{at} \sin(\omega t), \omega > 0, a \in \mathbb{R}$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$
(15)	$e^{ta}h(t), a > 0$	$\mathcal{L}[h](s-a)$

(16) **Décomposition en éléments simples complexe** de $Y(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$ avec $\deg(p) < \deg(q)$ et $q(s) = a(s-s_1)^{m_1} \cdots (s-s_k)^{m_k}$ est de la forme :

$$Y(s) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{m_i} \frac{a_{i,j}}{(s-s_i)^j},$$

avec pour $1 \leq j \leq m_i$:

$$a_{i,j} = \frac{1}{(m_i - j)!} \left[\frac{d^{(m_i-j)}}{ds^{(m_i-j)}} (Y(s)(s-s_i)^{m_i}) \right]_{s=s_i}.$$

(17) **Décomposition réelle** Si $q(s) = a(s-s_1)^{m_1} \cdots (s-s_l)^{m_l} ((s-a_1)^2 + b_1^2)^{n_1} \cdots ((s-a_\lambda)^2 + b_\lambda^2)^{n_\lambda}$, pour s_i, a_i, b_i réels, et Y comme avant, il existe des uniques $a_{i,j}, c_{i,j}, d_{i,j}$ avec

$$Y(s) = \frac{p(s)}{q(s)} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{m_i} \frac{a_{i,j}}{(s-s_i)^j} + \sum_{i=1}^\lambda \sum_{j=1}^{n_i} \frac{c_{i,j} + sd_{i,j}}{((s-a_i)^2 + b_i^2)^j}.$$