

## Formulaire pour Math 4

(1) La transformée de Fourier de  $f$  est

$$\hat{f}(p) = \int_{\mathbb{R}} e^{-ipx} f(x) dx.$$

(2) Formule d'inversion

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(p) e^{ipx} dp.$$

(3) Le produit de convolution est

$$(f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x - y) g(y) dy.$$

(4) Formule de Plancherel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(p)|^2 dp.$$

(5) Transformée de Laplace de  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{C}$  :

$$\mathcal{L}[f](s) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$$

**Transformées de Fourier usuelles**  $\delta_a$  est la masse de Dirac en  $a$ .

	$f(x)$	$\hat{f}(p) = \mathcal{F}[f](p)$
(6)	$\delta_a(x) = \delta(x - a)$	$e^{-ipa}$
(7)	$g_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \sigma > 0$	$e^{-\frac{p^2\sigma^2}{2}}$
(8)	$\frac{c}{c^2+x^2}, c > 0$	$\pi e^{-c p }$
(9)	$h(sx), s > 0$	$\frac{1}{s} \hat{h}\left(\frac{p}{s}\right)$
(10)	$\frac{1}{s} h\left(\frac{x}{s}\right), s > 0$	$\hat{h}(sp)$
(11)	$h(x - a), a > 0$	$e^{-ipa} \hat{h}(p)$

**Transformées de Laplace usuelles**

	$f(t)$	$\mathcal{L}[f](s)$
(12)	$e^{at} t^n$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
(13)	$e^{at} \cos(\omega t), \omega > 0, a \in \mathbb{R}$	$\frac{(s-a)}{(s-a)^2 + \omega^2}$
(14)	$e^{at} \sin(\omega t), \omega > 0, a \in \mathbb{R}$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$
(15)	$e^{ta} h(t), a > 0$	$\mathcal{L}[h](s - a)$

(17) **Décomposition en élément simple** de  $Y(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$  avec  $q(s) = a(s - s_1)^{m_1} \cdots (s - s_k)^{m_k}$  et  $\deg(p) < \deg(q)$  de la forme :

$$Y(s) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{m_i} \frac{a_{i,j}}{(s - s_i)^j},$$

avec pour  $1 \leq j \leq m_i$  :

$$a_{i,j} = \frac{1}{(m_i - j)!} \left[ \frac{d^{(m_i-j)}}{ds^{(m_i-j)}} (Y(s)(s - s_i)^{m_i}) \right]_{s=s_i}.$$