Université Claude Bernard - Lyon 1 | **Semestre de printemps 2025–2026**
L1 | UE : Analyse 2 pour l'Informatique

Contrôle Partiel du Mardi 17 mars 2026
Durée : 1h

Aucun document ou dispositif électronique n'est autorisé pendant l'épreuve.
Les réponses doivent toutes être justifiées, et la rédaction doit être bien lisible.

Exercice 1 Intégration habituelle (4 points)

Calculer l'intégrale suivante

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{2x} \sin(3x) \mathrm{d}x \,.$$

Indication : Utiliser deux intégrations par parties ou chercher une primitive de la forme $e^{2x}(a\sin(3x) + b\cos(3x))$ *avec* $a, b \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 Changements de variable (6 points)

Évaluer l'intégrale suivante

$$J = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} \mathrm{d}x \,.$$

Indication : Commencer par effectuer le changement de variable suivant : $x = \sin t$ *pour* $t \in [0, \alpha]$*, où* α *doit être choisi de manière à obtenir une bijection avec* $x \in [0, \frac{1}{2}]$*. Ensuite, en écrivant* $\frac{1}{\cos^2 t}$ *d'un côté comme* $\tan'(t)$ *et de l'autre comme* $1 + \tan^2(t)$*, finir de calculer l'intégrale.*

Exercice 3 Décomposition en éléments simples (5 points)

On considère l'intégrale J définie par

$$K = \int_2^4 \frac{2x+1}{x(x-1)(x+2)} \mathrm{d}x.$$

1. (3 points) Décomposer la fraction rationnelle $F(X) = \dfrac{2X+1}{X(X-1)(X+2)}$ en éléments simples.
2. (2 points) En déduire que $K = \frac{1}{2}\ln(3) \equiv \ln\sqrt{3}$.

Exercice 4 Équation différentielle du premier ordre (5 points)

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$y' - \frac{2}{x} y = x^2 \,, \tag{1}$$

sur $]0, +\infty[$ avec la condition initiale $y(1) = 2$.
Indication : Résoudre d'abord l'équation homogène associée à (1)*, puis trouver une solution particulière soit en la devinant, soit à l'aide de la méthode de variation de la constante. En déduire la solution générale de* (1) *puis déterminer la solution unique satisfaisant* $y(1) = 2$.

Exercice 5 BONUS (5 points)

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. On considère l'équation différentielle suivante :

$$(E_\alpha) : \quad y'' + \alpha y' + 4y = 10e^x.$$

a) (2.5 points) Trouver la solution génerale de (E_5).
b) (2.5 points) Trouver la solution génerale de (E_0).

Indication : On cherchera, pour chaque équation, une solution particulière de la forme $y_p(x) = Ce^x$ *avec* $C \in \mathbb{R}$.