

# ALGÈBRE 2 INFO, printemps 2026

## Fiche TD n°3, Calcul matriciel II

**Exercice 1.** En donnant une forme échelonnée, calculer les inverses des matrices suivantes ou conclure qu'elles ne sont pas inversibles.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 14 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Exercice 2.** Soient  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

Calculer leur inverses lorsque c'est possible.

Indication : Comparer la matrice  $C$  avec la matrice  $A$ .

**Exercice 3.** Soit  $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ .

1. Calculer l'inverse de  $A$ .
2. Réécrire le système suivant sous forme matricielle et le résoudre en utilisant  $A^{-1}$ .

$$\begin{cases} -3x - 2y + 2z = 0 \\ -2x - y + z = 2 \\ 7x + 5y - 4z = -3 \end{cases}$$

**Exercice 4.** (CC 2022). Déterminer l'inverse de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Exercice 5.** 1. Soient  $A$  et  $B$  de matrices inversibles dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

Montrer que  $AB$  est inversible et que  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .

2. Soient  $A, B$  et  $C$  trois matrices inversibles. Donner la matrice réciproque de  $ABC$  ?
3. Soient  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  une matrice inversible et  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  une matrice telle que  $AB = \mathbb{1}_n$ .  
Montrer que  $B = A^{-1}$ .
4. Trouver  $A$  et  $B$  deux matrices telles que  $A \cdot B = \mathbb{1}$  et  $B \cdot A \neq \mathbb{1}$ .

Indication : Si  $A$  et  $B$  sont des matrices carrées alors :  $A \cdot B = \mathbb{1} \iff B \cdot A = \mathbb{1}$ .

**Exercice 6.** Soit la matrice suivante :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{pmatrix}$$

Mettre sous forme échelonnée réduite et exprimer son rang ainsi que son inverse (lorsqu'il existe).