Université Claude Bernard | Licence de Mathématiques
Année universitaire 2024 – 2025 | PROBABILITÉS

Florilège : les erreurs à ne plus JAMAIS refaire du CP

— Comme dans toutes les autres matières, le cours doit être appris parfaitement, et restitué sans ambiguité (hypothèses, conclusion), avec les quantificateurs.

— Attention à bien invoquer Fubini-Tonelli lors des échanges d'intégrales de quantités positives ET si vous écrivez une double intégrale avec deux intégrales séparées au lieu d'une intégrale sur $\mathbb{R}^2$ (puisque vous utilisez déjà Fubini-Tonelli dans ce cas).

— Les objets mathématiques ont un sens, donc il faut absolument éviter de les écrire dans un contexte qui n'en n'a pas.

— Si vous dérivez la fonction de répartition F_X, ayez en tête qu'elle n'est probablement PAS dérivable en certains points. Par exemple, si vous trouvez une expression pour $F_X(t)$ avec $t > 0$, dérivable, et que vous souhaitez en déduire la densité de X, vous devez dériver F_X sur $]0, +\infty[$ (là où elle est dérivable) pour avoir l'expression de la densité f_X sur cet intervalle. Ensuite, si F_X est constante (égale à 0 dans tous les cas que l'on a vu) sur $] - \infty, 0]$, alors on en déduira que $dP_X(t) = f_X(t)1_{[0,+\infty[}(t)$, où le fait d'inclure 0 vient du fait que, si X est à densité, $P(X = 0) = 0$ (cf. point suivant).

— La fonction de répartition d'une variable X est définie comme $F_X(x) = P(X \leq x)$, et n'est pas à priori égale à $P(X < x)$. Pour avoir que $F_X(x) = P(X < x)$, il faut justifier que $P(X = x) = 0$, ce qui est le cas en particulier pour tout x si X est à densité !

— Écrire $P(X) = P(Y)$ n'a aucun sens si X et Y sont des variables aléatoires. La mesure P prend en arguement des événements, c'est à dire des éléments de la tribu choisie sur Ω, c'est à dire des sous-ensembles mesurables de Ω (par ex, $A_t := \{X \leq t\} = \{\omega \in \Omega, X(\omega) \leq t\}$). Même chose pour $X \cup Y$, qui n'a aucun sens si X et Y ne sont pas des ensembles.

— Une partition $(A_i)_i$ d'un ensemble Ω doit, certes, couvrir tout Ω, c'est à dire $\Omega = \cup_i A_i$, mais elle doit aussi être disjointe, c'est à dire que $A_i \cap A_j = 0$ pour tout $i \neq j$.

— Si on a $X \in [k, k + 1[$, alors on a $\lfloor X \rfloor = k$. Toutefois, on ne peut en déduire que $P(X \in [k, k+1[) = P(\lfloor X \rfloor = k)$ que si la réciproque est vraie, c'est à dire si $\lfloor X \rfloor = k \Rightarrow X \in [k, k + 1[$. C'est également vrai, mais il fallait le préciser dans l'ex 4 !