

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS 4**Exercice 1. Représentations :**

Soit un ensemble de sommets $X = \{a, b, c, e, i, n, p\}$ et un ensemble d'arcs $U = \{(b, a); (a, n); (n, a); (n, e); (a, b); (c, a); (p, i)\}$.

1. Donner une représentation graphique du graphe $G = (X, U)$.
2. Donner une représentation machine par matrice du graphe $G = (X, U)$.
3. Donner une représentation machine par dictionnaire du graphe $G = (X, U)$.
4. Donner une représentation machine par listes d'adjacences du graphe $G = (X, U)$.

Exercice 2. Vérifications de chemins :

On souhaite résoudre les problèmes suivants. Données : $G=(X,U)$ un graphe, L une liste de sommets.

1. L est-il un chemin de G ?
2. L est-il un chemin élémentaire de G ?
3. L est-il un chemin hamiltonien 1 de G ? Un chemin hamiltonien est un chemin élémentaire passant par tous les sommets du graphe.

Exercice 3. Tri topologique :

Un tri topologique d'un graphe orienté acyclique $G = (S, A)$ est un ordre linéaire des sommets de G tel que si G contient l'arc (u, v) , u apparaît avant v . Le tri topologique d'un graphe peut être vu comme un alignement de ses sommets le long d'une ligne horizontale tel que tous les arcs soient orientés de gauche à droite.

Attention : le tri topologique d'un graphe orienté acyclique n'est pas forcément unique.

1. Proposez un tri topologique du graphe de la figure 1.

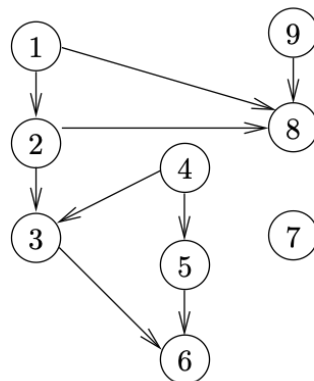


FIGURE 1. Exemple de graphe orienté acyclique.

2. Modifiez l'algorithme de parcours en profondeur vu en cours pour qu'il calcule pour chaque nœud u sa date de fin de traitement $fin[u]$ (la date à laquelle lui et ses fils ont été traités).

3. Quel lien pouvez-vous faire entre les dates de fin de traitement et un tri topologique ?
4. Proposez un algorithme de tri topologique. Quel est sa complexité ?
5. Améliorez votre algorithme pour qu'il soit de complexité linéaire.
6. Proposez un autre algorithme de tri topologique, basé cette fois-ci sur le fait qu'un sommet de degré entrant nul peut être placé en tête d'un tri topologique. Quelle est la complexité de cet algorithme ?

Exercice 4. Modélisation d'un problème classique :

Mia a une chèvre, un chou et un loup. Elle veut traverser une rivière avec ses amis en utilisant une petite barque, elle peut donc transporter qu'une chose à la fois. Sachant qu'elle ne peut pas laisser la chèvre toute seule avec le chou, ni laisser le loup tout seul avec la chèvre, décrire un algorithme qui lui permet de traverser la rivière. Modéliser le problème avec un graphe non orienté pour trouver une solution.

Exercice 5. Modélisation, équipement d'un atelier :

Dans un grand atelier, neuf machines (notées **a, b, c, d, e, f, g, h, i**) sont installées. Les pièces mécaniques fabriquées doivent passer successivement sur plusieurs machines (perceuses, soudeuses, polisseuses, etc.).

On souhaite construire un **réseau de tapis roulants** reliant ces machines, avec un coût minimal, permettant aux pièces d'être transportées d'une machine à une autre selon le processus de fabrication.

Le tableau ci-dessous indique, pour chaque machine M , les machines qui peuvent suivre dans la chaîne de production :

Machine M	Machines suivantes
a	b, c, d, e, f, g, h, i
b	a, c, d, e, f, g, h, i
c	d, e
d	e
e	d
f	d, e, g, h, i
g	d, e, f, h, i
h	d, e, f, g, i
i	d, e, f, g, h

On doit donc relier M à chacune de ces machines par une succession de tapis roulant. Modélisez ce problème par un problème graphe et résolvez le.

Exercice 6. En appliquant l'algorithme de Dijkstra, déterminer la distance (longueur du plus court chemin) du sommet z à chacun des sommets de $G1$ et $G2$.

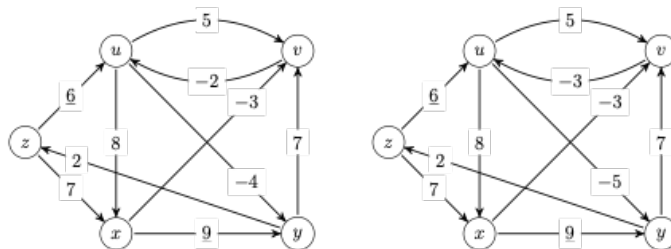


FIGURE 2. Graphes $G1$ et $G2$