

## Preuve 5

### Proposition

Soit  $\gamma$  un lacet de support  $\Gamma$ . Si  $f$  est continue et admet une primitive  $F : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  dans un ouvert  $\Omega$  qui contient  $\Gamma$ , alors

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0.$$

### Preuve

$$\begin{aligned} \int_{\gamma} f(z) dz &= \int_a^b f(\gamma(t))\gamma'(t) dt \\ &= \int_a^b \frac{d}{dt} F(\gamma(t)) dt \\ &= F(\gamma(b)) - F(\gamma(a)) \text{ par le théorème fondamental de l'analyse} \end{aligned}$$

Or  $\gamma$  lacet d'où  $\gamma(b) = \gamma(a)$

D'où  $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$