2EME SESSION
2024-2025.
Durée totale : 1h30
PARTIE 2

Les calculatrices et les téléphones portables ne sont pas autorisés. **Leur présence en dehors des sacs constitue une présomption de fraude.** Les exercices sont indépendants. La clarté de la rédaction constituera un élément important dans l'appréciation des copies. Le barème est à titre indicatif. **Il y a deux parties à rendre ! Rédigez les solutions dans l'ordre, quitte à laisser les trous. Ne rendez pas les brouillons SVP.**

NOM :
PRENOM :
NUMERO ETUDIANT :

Exercice 2 (6 points)
Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction **impaire** et 2π-périodique définie sur $[0, \pi]$ par $f(x) = \sin^2(x) = (1 - \cos(2x))/2$. On admet qu'elle est C^1 par morceaux. On rappelle que les coefficients de Fourier de f 2π-périodique continue par morceaux sont donnés par l'intégrale sur une période (a au choix)

$$a_n(f) = \frac{1}{\pi}\int_a^{a+2\pi} \cos(nx)f(x)dx \quad (n \geq 0); \qquad b_n(f) = \frac{1}{\pi}\int_a^{a+2\pi} \sin(nx)f(x)dx \quad (n \geq 1).$$

1. Tracer le graphe de f sur $[-2\pi, 2\pi]$.
2. Déterminer les coefficients de Fourier constituant la série de Fourier Sf de f.
3. Pour quels x est-ce que cette série est convergente ? Pour quels x a-t-on $Sf(x) = f(x)$?

Réponse:

Réponse:

Réponse:

Réponse:

Réponse:

Réponse:

Exercice 3 (4 points) Est-ce que les **suites** de fonctions suivantes convergent **uniformément** pour $x \in [0, 1]$? Si oui, donner la limite.

1. $u_n(x) = e^{-nx},\ n \geq 0.$
2. $v_n(x) = \frac{1}{n(x+1)},\ n \geq 1.$

Réponse:

Réponse: