

---

**Contrôle Continu du 2 février 2024, Version 2**

Durée : 35 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

---

**Exercice 1 (14 pts)** Résoudre suivant les valeurs du paramètre  $\alpha \in \mathbb{R}$  le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & = & 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 & = & 4 \\ -2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 4x_4 & = & \alpha + 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 & = & 3 \end{cases}$$

*Indication : En utilisant l'algorithme de Gauss, trouver la valeur  $\alpha_0$  de  $\alpha$  pour laquelle le système a des solutions, puis paramétrer toutes ces solutions.*

**Exercice 2 (6 pts)** Soient  $A$  et  $B$  les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

- (2 pts) Déterminer  $\text{tr}(A)$  et  $\text{tr}(B^T)$ , les traces des matrices  $A$  et  $B^T$ , respectivement.
- (2 pts) Calculer  $\det(A)$  et  $\det(B)$ , les déterminants de ces deux matrices.
- (2 pts) Pour les matrices pour lesquelles il existe une matrice réciproque, la fournir.