
Contrôle Continu du 20 avril 2023, Sujet 2

Durée : 40 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

Exercice 1 (10 pts) Le but de cet exercice est de trouver la solution de

$$y'' - 2y' + 10y = 20 \quad (1)$$

avec les conditions initiales $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$.

- a. (3 points) Trouver la solution générale y_h du problème homogène, c.-à-d. de l'équation

$$y'' - 2y' + 10y = 0.$$

- b. (3 points) Trouver une solution particulière y_p de l'équation différentielle (1).
c. (4 points) Spécifier la solution générale du problème et déterminer les constantes libres telles que les conditions initiales soient satisfaites.

SOLUTION :

$$y(x) = e^x [\sin(3x) - \cos(3x)] + 2$$

Exercice 2 (10 pts) Dans cet exercice, nous voulons résoudre l'équation différentielle suivante pour la condition initiale $y(0) = 0$:

$$(2 + \sin x) y' + \cos(x) y = x e^x. \quad (2)$$

- a) (4 points) Trouver la solution générale y_h du problème homogène associé, c.-à-d. de l'équation

$$(2 + \sin x) y' + \cos(x) y = 0.$$

- b) (4 points) Trouver une solution particulière y_p de l'équation différentielle (2) en utilisant la méthode de variation de la constante.
c) (2 points) Conclure.

SOLUTION :

$$y(x) = \frac{e^x(x-1) + 1}{2 + \sin x}$$