

**Contrôle Continu du 20 avril 2023, Sujet 1**

Durée : 40 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

**Exercice 1 (10 pts)** Le but de cet exercice est de trouver la solution de

$$y'' + 2y' + 2y = 10 e^x \quad (1)$$

avec les conditions initiales  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 2$ .

- a. (3 points) Trouver la solution générale  $y_h$  du problème homogène, c.-à-d. de l'équation

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

- b. (3 points) Trouver une solution particulière  $y_p$  de l'équation différentielle (1).  
 c. (4 points) Spécifier la solution générale du problème et déterminer les constantes libres telles que les conditions initiales soient satisfaites.

SOLUTION :

$$y(x) = 2e^x - e^{-x}(\sin x + \cos x)$$

**Exercice 2 (10 pts)** Dans cet exercice, nous voulons résoudre l'équation différentielle suivante pour la condition initiale  $y(0) = 0$  :

$$(1 + x^2) y' + 2x y = x \cos x. \quad (2)$$

- a) (4 points) Trouver la solution générale  $y_h$  du problème homogène associé, c.-à-d. de l'équation

$$(1 + x^2) y' + 2x y = 0.$$

- b) (4 points) Trouver une solution particulière  $y_p$  de l'équation différentielle (2) en utilisant la méthode de variation de la constante.  
 c) (2 points) Conclure.

SOLUTION :

$$y(x) = \frac{x \sin x + \cos x - 1}{1 + x^2}$$