
Examen partiel du 30 mars 2022

Durée : 60 minutes

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Le nombre total de points obtenus formera une note sur 20 !

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

La dérivabilité**Exercice 1** (6 pts)On considère la fonction $f:]-1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin(x) & \text{si } -1 < x < 0, \\ xe^x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- (1 pt) La fonction f est-elle continue ?
- (2.5 pts) La fonction f est-elle dérivable ? Si oui, sa dérivée est-elle continue ?
- (2.5 pts) La fonction f est-elle deux fois dérivable ? Si oui, sa dérivée seconde est-elle continue ?

Des intégrales I**Exercice 2** (8 pts)

- (3 pts) Calculer

$$\int_1^e (\ln(x))^2 dx.$$

- (3 pts) Calculer

$$\int (\sin(x))^2 dx,$$

c'est-à-dire, déterminer toutes les primitives de $\sin^2(x)$.

- (2 pts) Calculer

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Indication : Utiliser le changement de variable $x = \sin u$.Tourner la page.

Des intégrales II

Exercice 3 (8+1 pts)

Le but de cet exercice est de déterminer

$$I = \int_{-5}^0 \frac{x^2 + 6x - 1}{x^3 + x^2 - 7x - 15} dx.$$

- a. (2 pts) Factoriser $P(X) = X^3 + X^2 - 7X - 15$.
- b. (3 pts) Décomposer $F(X) = \frac{X^2 + 6X - 1}{X^3 + X^2 - 7X - 15}$ en éléments simples.
- c. (3 pts) Calculer I .
- d. (1 pt BONUS) Réécrire le résultat obtenu au point précédent pour éliminer arctan.