

ÉVALUATION 1  
12 février 2020  
11h30 - 12h15

**Avertissement:** *Une attention particulière sera prêtée à la qualité de la rédaction. Toute réponse doit être justifiée et formulée sous la forme d'une phrase écrite en français (sujet, verbe, complément). Pour les questions de cours, on veillera à introduire les objets mathématiques considérés (les matrices et leurs tailles, nombres entiers, etc...) et à énoncer toutes les hypothèses qui doivent être vérifiées par ces objets.*

**Questions de cours:**

- (1) Donner la définition d'une matrice carrée inversible.
- (2) Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices carrées.

**Exercice 1:**

Donner des exemples:

- (1) de deux matrices  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  et  $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  telles que  $AB = 0$  et  $A \neq 0$  et  $B \neq 0$ ;
- (2) de deux matrices  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  et  $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  telles que  $AB = 0$  et  $A \neq 0$  et  $B \neq 0$ ;
- (3) de deux matrices  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  et  $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  telles que  $AB \neq BA$ ;

**Exercice 2:**

Soit  $A$  la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calculer  $A^n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- (2) La matrice  $A$  est-elle inversible ?
- (3) Si oui, calculer son inverse.