Sol Ex

Pendant le CM 6
Fiche de TD 4, Ex. 12

7/03
Gricey
ANALYSE 2

12

① $C(\alpha) = \int_0^\alpha \cos^2 x \, dx$

• une version pour calculer $C(\alpha)$: IPP cf ci-dessus

• autre méthode

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\boxed{\cos(2x)} = \cos^2 x - \underbrace{\sin^2 x}_{1-\cos^2 x} \boxed{= 2\cos^2 x - 1}$

$\cos^2 x = \frac{\cos(2x)+1}{2}$

$u = 2x$

$du = 2\,dx \rightarrow dx = \frac{1}{2} du$

x	u
α	2α
0	0

$C(\alpha) = \frac{1}{2} \int_0^\alpha (\cos(2x)+1)\,dx = \frac{1}{2} \int_0^\alpha \cos(2x)\,dx + \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\alpha} \cos(u)\,du + \frac{\alpha}{2}$

$= \frac{1}{4} \cdot \sin(2\alpha) + \frac{\alpha}{2}$

Rappel: $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$

Donc $\Rightarrow \sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$

$$\boxed{C(x) = \frac{\sin x \cdot \cos x + x}{2}}$$

Proof:

$C'(x) = \frac{1}{2}\left(\cos^2 x - \sin^2 x + 1\right)$

$= \cos^2 x$ ✓

② $\boxed{S(x) = \int_0^x \underbrace{\sin^2 t}_{= 1-\cos^2 t}\,dt} = \int_0^x 1\,dt - \int_0^x \cos^2 t\,dt = x - C(x) = \boxed{\frac{-\sin x \cdot \cos x + x}{2}}$

le m̂ résultat qu'avant avec IPP ✓