
Devoir 3 bis

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les réponses aux exercices doivent donc être clairement rédigées. Le détail des calculs doit apparaître sur la copie. La présentation doit être la plus soignée possible. Enfin, si vous pensez avoir repéré une erreur d'énoncé, signalez-le sur la copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre. Dans tout le sujet, les chiffres de votre numéro d'étudiant sont utilisés de la manière suivante : ils sont notés ABCDEFGH, par exemple 12007592 donne A=1, B=2, C=0, D=0, E=7, F=6, G=9, H=2, FH=62.

1 Algèbre linéaire

1. Échelonnez en colonne la matrice augmentée

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} A & B & C & & & \\ D & E & F & & & \\ G & H & A & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{array} \right).$$

En déduire le rang, une base de l'image et une base du noyau de la matrice 3×3 .

2. Soit E_1 et E_2 les plans de \mathbb{R}^3 définis par $E_1 : Ax + Dy + Gz = 0$ et $E_2 : Bx + Ey + Hz = 0$.
 - (a) Calculer $E_0 = E_1 \cap E_2$.
 - (b) Expliciter un supplémentaire E'_2 de E_1 tel que $E'_2 \subset E_2$. Donner sa dimension.
 - (c) Expliciter un supplémentaire E'_1 de E_2 tel que $E'_1 \subset E_1$. Donner sa dimension.
 - (d) Expliciter la vérification que $E'_i \subset E_i$ pour $i \in \{1, 2\}$.
 - (e) Calculer $E_1 + E_2$. Donner sa dimension.
 - (f) Montrer que $E_0 \oplus E'_1 \oplus E'_2 = \mathbb{R}^3$.

2 Équations différentielles

1. Résoudre l'équation différentielle (E_1) $y'' + Gy' - FHy = (Fx + G)e^{Bx}$ avec $y(0) = A$ et $y'(0) = B$.
2. Résoudre l'équation différentielle (E_2) $y'' + Gy' + FHy = (Fx + G)e^{Bx}$ avec $y(0) = A$ et $y'(0) = B$.
3. Tracer avec soin le graphe de ces deux fonctions dans un même repère orthonormé approprié.
4. Tracer avec soin le diagramme de phase de ces deux fonctions dans un autre repère orthonormé approprié.