



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 Ben Belghith Amir

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 1), u_3 = (0, 1, 1), u_4 = (1, 1, 2).$$

Alors

- aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -5 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_0^3 x e^{x^2} dx$, calculée avec le changement de variable $u = x^2$, est égale à

- $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{2} e^u du$ $\int_0^9 \frac{1}{2} e^u du$ $\int_0^9 \sqrt{u} e^u du$ $\int_0^9 2 e^u du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{1 - x^2} ?$$

- $-x + x^2 + o(x^2)$. $2 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $2 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$.
 $1 - x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-X^2+2X+1}{(X-1)^2(X^2+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2} + \frac{X-1}{X^2+1}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{X+1}{X^2+1}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{X+1}{X^2+1}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction continue quelconque et $c \in \mathbb{R}$. On note F_c la primitive de f telle que $F_c(0) = c$. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $\int_0^c f(x) dx = F_c(0)$
- pour tout $x \in [0, 1]$, $F_{-1}(x) \leq 0$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $\int_c^1 f(x) dx = F_c(1)$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $F_c(x) \leq 1$
- pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $F_c(x) - F_{-c}(x) = 2c$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 0, 2), u_2 = (1, 1, -2), u_3 = (0, 1, 0), u_4 = (1, 2, -2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- $(u_1 + u_2, u_2, u_3)$ est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 7 & 21 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \end{pmatrix}$
- produit impossible
- $\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (4)

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (2x_1 + x_2, x_2 + 2x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- Vect($2e_1 + e_2, e_2 + 2e_3, e_1 + e_3$)
- Vect($2e_1 + e_3, 2e_2 - e_3$)
- Vect($e_1, 2e_2 + e_3$)
- Vect($2e_1 + e_3, e_1 - e_3$)
- Vect(e_1, e_2, e_3)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$f(e_1) + f(e_3) = 2f(e_2)$$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

...*Ceschia Arthur*.....

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, -1, -1), u_2 = (2, 0, 1), u_3 = (-1, -1, 1), u_4 = (3, 1, 0).$$

Alors

- 4/4 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 5 & -5 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- 0/3 ~~$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$~~ ~~$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$~~ ~~$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$~~ $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

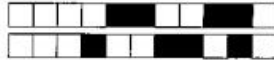
Question 3 L'intégrale $\int_1^2 (2x-1)(x^2-x)^3 dx$, calculée avec le changement de variable $u = x^2 - x$, est égale à

- 0/3 $\int_0^2 \frac{1}{4} u^4 du$ $\int_0^2 u' u^3 du$ $\int_1^2 u^3 du$ $\int_0^2 u^3 du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x} ?$$

- 3/3 $2 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $1 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $x + x^2 + o(x^2)$. $1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$.
 $x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{3X^2+2X+1}{X^2(X^2+X+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

$F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X+1}{X^2+X+1}$

$F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X-1}{X^2+X+1}$
 $F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X-1}{X^2+X+1}$

$F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X}{X^2+X+1}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

si f est intégrable sur $[0, 1]$, alors f est une fonction en escalier

si f est en escalier sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions continues telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$

si f n'est pas continue sur $[0, 1]$ alors f n'est pas intégrable sur $[0, 1]$

si f est continue sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions en escaliers telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$

si f est continue sur $]0, 1]$, alors f est intégrable sur $[0, 1]$ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (1, -1, 1)$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

(u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

(u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Aucune de ces familles n'est libre.

$(u_2, u_3, u_2 + u_3)$ est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

(u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 16 \\ 4 & 0 & -8 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 18 \\ 13 & 6 & 13 \end{pmatrix}$

produit impossible

$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 10 & -5 \\ 14 & -15 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

l'inverse n'existe pas

$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$

L'image de u est :

3/3

$\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$

$\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$

$\text{Vect}(e_1 + e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$

$\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$

$\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 COSIALLS Maxime

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, -1, -1), u_2 = (2, 0, 1), u_3 = (-1, -1, 1), u_4 = (3, 1, 0).$$

Alors

0/4

- \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{Calculer } D = P^{-1}AP$$

0/3

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_1^2 \frac{5 + \ln x}{x} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \ln x$, est égale à

0/3

- $\int_0^{\ln 2} (5 + u) e^u du$ $\int_0^{\ln 2} \frac{5 + u}{e^u} du$ $\int_0^{\ln 2} (5 + u) du$ $\int_1^2 (5 + u) du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x} ?$$

3/3

- $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $1 + 2x + \frac{5}{2}x^2 + o(x^2)$. $2x + x^2 + o(x^2)$. $x - x^2 + o(x^2)$.
 $-1 + 2x - 3x^2 + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{2X^3+2X^2-2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles?

0/4

- si f est continue sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions en escaliers telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est continue sur $]0, 1[$, alors f est intégrable sur $[0, 1]$
- si f n'est pas continue sur $[0, 1]$ alors f n'est pas intégrable sur $[0, 1]$
- si f est en escalier sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions continues telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est intégrable sur $[0, 1]$, alors f est une fonction en escalier
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (2, 2, 0), u_3 = (0, 1, 1), u_4 = (1, 1, 2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- produit impossible
- $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ -4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} -12 & 6 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$
- $\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 DESRUES Tanguy

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 1), u_3 = (0, 1, 1), u_4 = (1, 1, 2).$$

Alors

0/4

- \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

3/3

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_0^1 e^x (e^x + 3)^5 dx$, calculée avec le changement de variable $u = e^x + 3$, est égale à

0/3

- $\int_3^4 u^5 du$ $\int_3^4 (u-3) u^5 du$ $\int_4^{e+3} u^5 du$ $\int_4^{e+3} (u-3) u^5 du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x} ?$$

3/3

- $x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $2 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{2X^3+2X^2-2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- si f est intégrable sur $[0, 1]$, alors f est une fonction en escalier
- si f est continue sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions en escaliers telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est continue sur $]0, 1]$, alors f est intégrable sur $[0, 1]$
- si f est en escalier sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions continues telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f n'est pas continue sur $[0, 1]$ alors f n'est pas intégrable sur $[0, 1]$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 0, 2), u_2 = (1, 1, -2), u_3 = (0, 1, 0), u_4 = (1, 2, -2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

- $(u_1 + u_2, u_2, u_3)$ est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -2 \\ 11 & 26 \end{pmatrix}$
- produit impossible
- $\begin{pmatrix} 2 & 11 \\ 2 & 4 \\ -4 & 27 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 11 \\ 2 & -2 & 26 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 - e_2, e_2 - e_3, e_1 - e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_2 + e_3, -e_1 + e_2)$
- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_1 + e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 DREVEYON Nathan

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 0, 2), u_2 = (1, -1, -1), u_3 = (2, -1, 1), u_4 = (3, -2, 0).$$

Alors

- \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 5 & -5 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

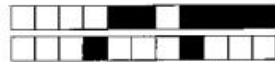
Question 3 L'intégrale $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 3} dx$, calculée avec le changement de variable $u = e^x$, est égale à

- $\int_1^e \frac{u}{u+3} du$ $\int_0^1 \frac{u}{u+3} du$ $\int_0^1 \frac{1}{u+3} du$ $\int_1^e \frac{1}{u+3} du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+x} ?$$

- $-1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $x - x^2 + o(x^2)$. $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $x + x^2 + o(x^2)$.
 $1 - x + x^2 + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{3X^2 - 2X + 1}{X^2(X^2 - X + 1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

- $F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X+1}{X^2-X+1}$
- $F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X+1}{X^2-X+1}$
- $F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X-1}{X^2-X+1}$
- $F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X}{X^2-X+1}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction continue quelconque et $c \in \mathbb{R}$. On note F_c la primitive de f telle que $F_c(0) = c$. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $F_c(x) - F_{-c}(x) = 2c$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $F_c(x) \leq 1$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $\int_c^1 f(x) dx = F_c(1)$
- pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $\int_0^c f(x) dx = F_c(0)$
- pour tout $x \in [0, 1]$, $F_{-1}(x) \leq 0$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (3, -1, 2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- Aucune de ces familles n'est libre.
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 16 \\ 4 & 0 & -8 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 18 \\ 13 & 6 & 13 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 10 & -5 \\ 14 & -15 \end{pmatrix}$
- produit impossible

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ est la matrice

0/2.5

- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 - 2x_2, 2x_2 - x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- Vect($e_1 - 2e_2, 2e_2 - e_3, e_1 - e_3$)
- Vect($e_1 + e_3, e_1 - e_2$)
- Vect($2e_1 + e_2 + 2e_3$)
- Vect($2e_1, e_2, 2e_3$)
- Vect(e_1, e_2, e_3)



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 ...JOLY... ANDREA.....

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (1, -1, -1).$$

Alors

- \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .

4/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & 6 \\ -1 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3/3

Question 3 L'intégrale $\int_0^1 \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}} dx$, calculée avec le changement de variable $u = e^x$, est égale à

- $\int_0^1 \frac{u}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_1^e \frac{u}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_1^e \frac{1}{2\sqrt{u+1}} du$

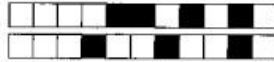
3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(1-x)e^x ?$$

- $-x - \frac{3x^2}{2} + o(x^2)$. $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + o(x^2)$. $-1 + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{6} + o(x^2)$.
 $2 - x + x^2 + o(x^2)$. $x + o(x^2)$.

3/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-2X^3+2X^2+2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

- $F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction intégrable quelconque. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \frac{1}{2}$
- $\int_0^1 f^2(x) dx \leq 1 - \int_0^1 f^3(x) dx$
- $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \int_0^1 f(x) dx$
- $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \int_0^1 (1 - f(x)) dx$
- $\int_0^1 (1 - f(x)) dx \leq \left| 1 - \int_0^1 f(x) dx \right|$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (1, -2, 1), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (1, 0, 0), u_4 = (2, -4, 2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 2 & 11 \\ 2 & 4 \\ -4 & 27 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -2 \\ 11 & 26 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 11 \\ 2 & -2 & 26 \end{pmatrix}$
- produit impossible

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

0/3

- Vect($e_1 + e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3$)
- Vect($e_1 + e_3, e_2 + e_3$)
- Vect($e_1 + e_3, e_1 + e_2$)
- Vect($2e_1 + e_2 + 2e_3$)
- Vect(e_1, e_2, e_3)



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 KNAGGS... Freya

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie!

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, -1, 0), u_2 = (-1, 0, 1), u_3 = (0, -1, 1), u_4 = (-1, 1, 0).$$

Alors

0/4

- \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & 4 \\ 2 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

0/3

- $D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_1^2 (2x-1)(x^2-x)^3 dx$, calculée avec le changement de variable $u = x^2 - x$, est égale à

0/3

- $\int_0^2 u' u^3 du$ $\int_0^2 \frac{1}{4} u^4 du$ $\int_1^2 u^3 du$ $\int_0^2 u^3 du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = e^x \sqrt{1+x^2}?$$

3/3

- $1 - x + x^2 + o(x^2)$. $1 + x + x^2 + o(x^2)$. $2 + x + x^2 + o(x^2)$. $x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $x - x^2 + o(x^2)$.



$3x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{3x^3 - 2x^2 + 3x}{(x-1)^2(x^2+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

$F = \frac{2}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x}{x^2+1}$

$F = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x-1}{x^2+1}$

$F = -\frac{2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x}{x^2+1}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction continue quelconque et $c \in \mathbb{R}$. On note F_c la primitive de f telle que $F_c(0) = c$. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $F_c(x) - F_{-c}(x) = 2c$

pour tout $x \in [0, 1]$, $F_{-1}(x) \leq 0$

pour tout $c \in [0, 1]$, $\int_c^1 f(x) dx = F_c(1)$

pour tout $c \in [0, 1]$, $F_c(x) \leq 1$

pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $\int_0^c f(x) dx = F_c(0)$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$u_1 = (-1, 0, 1), u_2 = (2, 0, 3), u_3 = (1, 0, 2), u_4 = (3, 0, 5)$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

Aucune de ces familles n'est libre.

(u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

(u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

(u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

(u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

(4)

$\begin{pmatrix} 7 & 21 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \end{pmatrix}$

produit impossible

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 7/2 & -3/2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3/2 & 7/2 \end{pmatrix}$

l'inverse n'existe pas

$\begin{pmatrix} 1 & -3/2 \\ -2 & 7/2 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$u(x) = (2x_1 + x_2, x_2 + 2x_3, x_1 - x_3)$

L'image de u est :

0/3

Vect($e_1 + e_3, e_2 - e_3$)

Vect($e_1 + e_2, e_2 - e_3$)

Vect($e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1 - e_3$)

Vect(e_1, e_2, e_3)

Vect($e_1 - 2e_2 + e_3$)

Handwritten notes: 27, 127, 189



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

MADET Alicia

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (2, 1, -1), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (2, 1, 2).$$

Alors

- \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .

0/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & 4 \\ 2 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
 $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0/3

Question 3 L'intégrale $\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \ln x$, est égale à

- $\int_1^e \frac{1}{u^2 e^u} du$
 $\int_0^1 \frac{e^{-u}}{u^2} du$
 $\int_0^1 \frac{1}{u^2} du$
 $\int_1^e \frac{1}{u^2} du$

3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(1+x) \sin x$$

- $1 - x + o(x^2)$.
 $1 - x + x^2 + o(x^2)$.
 $x^2 + o(x^2)$.
 $1 - x + 2x^2 + o(x^2)$.
 $-x + x^2 + o(x^2)$.

3/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-2X^3+2X^2+2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2}$
- $F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2}$

Question 6 Soit $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

4/4

- $\inf_{x \in [-1,1]} f(x) \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \sup_{x \in [-1,1]} f(x)$
- $\inf_{x \in [-1,1]} f(x) \leq \int_{-1}^1 f(x) dx \leq \sup_{x \in [-1,1]} f(x)$
- il existe $c \in [0, 1]$ tel que $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2f(c)$
- il existe $c \in [-1, 1]$ tel que $\int_0^1 f(x) dx = 2f(c)$
- il existe $c \in [-1, 1]$ tel que $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2f(c)$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (1, -1, 1)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- $(u_2, u_3, u_2 + u_3)$ est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 14 & -6 & -4 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ -6 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
- produit impossible

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ est la matrice

0/2.5

- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

0/3

- $\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$
- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

MECHRAOUI Ahmed

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input checked="" type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (1, -1, -1).$

Alors

- aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .

0/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & 4 \\ 2 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ Calculer $D = P^{-1}AP$

$P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

- $D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0/3

Question 3 L'intégrale $\int_0^{\pi/2} (\cos x + \cos^2 x) \sin x \, dx$, calculée avec le changement de variable $u = \cos x$, est égale à

- $\int_0^1 \left(\frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{3}u^3\right) du$ $\int_0^1 (u + u^2) du$ $-\int_0^1 (u + u^2) du$ $\int_1^0 (u + u^2) du$

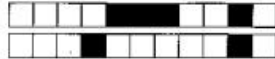
3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$f(x) = \frac{e^x}{1-x}$?

- $x - x^2 + o(x^2)$. $1 + 2x + \frac{5}{2}x^2 + o(x^2)$. $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $-1 + 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $2x + x^2 + o(x^2)$.

0/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-2X^3+2X^2+2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = -\frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction continue quelconque et $c \in \mathbb{R}$. On note F_c la primitive de f telle que $F_c(0) = c$. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- pour tout $x \in [0, 1]$, $F_{-1}(x) \leq 0$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $F_c(x) \leq 1$
- pour tout $c \in [0, 1]$, pour tout $x \in [0, 1]$, $F_c(x) - F_{-c}(x) = 2c$
- pour tout $c \in [0, 1]$, $\int_c^1 f(x) dx = F_c(1)$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (2, 1, 2), u_4 = (0, 1, 0)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^{3X}
- Aucune de ces familles n'est libre. ✓
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 . ✗
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 . ✗
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 . ✗

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} -5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 10 & 6 & 2 \end{pmatrix}$
- (-3)
- $\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- produit impossible

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- $\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$
- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 - e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + 2e_2, 2e_2 + e_3, e_1 + e_3)$
- $\text{Vect}(2e_1 - e_2 + 2e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

Ouar Badreddine

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, -1, -1), u_2 = (2, 0, 1), u_3 = (-1, -1, 1), u_4 = (3, 1, 0).$$

Alors

- \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .

4/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -4 \\ -6 & 4 & -3 \\ 8 & -2 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{Calculer } D = P^{-1}AP$$

Handwritten calculation: $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 \\ -6 & 4 & -3 \\ 8 & -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

3/3

Question 3 L'intégrale $\int_1^3 \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \sqrt{x+1}$, est égale à

- $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{2(u^2-1)} du$ $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{2u(u^2-1)} du$ $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{2}{u^2-1} du$ $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{2}{u(u^2-1)} du$

0/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+x} \quad \text{avec } x \times \frac{1}{1+x} = [x + o(x^2)] \cdot [1 - x + x^2 + o(x^2)] = x - x^2$$

- $-1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + x^2 + o(x^2)$. $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $x - x^2 + o(x^2)$.

3/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{2X^3+2X^2-2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- si f est intégrable sur $[0, 1]$, alors f est une fonction en escalier
- si f est continue sur $]0, 1[$, alors f est intégrable sur $[0, 1]$
- si f n'est pas continue sur $[0, 1]$ alors f n'est pas intégrable sur $[0, 1]$
- si f est en escalier sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions continues telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est continue sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions en escaliers telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (1, -1, 1)$ $u_2 + u_3 = (3, -1, 2)$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.
- $(u_2, u_3, u_2 + u_3)$ est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- 3, -1, 1, 3 = 3x3*
- $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 - (-2)
 - produit impossible
 - $\begin{pmatrix} 3 & 15 & 6 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \times \frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 - 6L_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$*
- $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & -3 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}$
 - l'inverse n'existe pas
 - $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$
 $u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3) = x_1(1, 0, 1) + x_2(2, 2, 0) + x_3(0, 1, -1)$
 $2x_2 \in \text{Vect}((1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, -1)) = \text{Vect}((1, 0, 1), (0, 1, -1))$

3/3

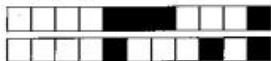
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 - e_3)$
- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(2e_1 - e_2 + 2e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + 2e_2, 2e_2 + e_3, e_1 + e_3)$
- $\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$

$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$

$$= \frac{(x-1)^2(x+1)^2(x+1) - (x-1)(x+1)^2(x+1)^2 + (x-1)^2(x+1)^2(x+1) - (x-1)(x+1)^2(x+1)^2}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{(x^2-2x+1)(x^2+2x+1)(x+1) - (x-1)(x+1)(x^2+2x+1) + (x-1)(x^2-2x+1)(x^2+2x+1) - (x-1)(x+1)(x^2-2x+1)}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{(x^4 + 2x^3 + x^2) - (x^4 + 2x^3 + x^2) + (x^4 + 2x^3 + x^2) - (x^4 + 2x^3 + x^2)}{(x^2-1)^2}$$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

PIRON Bastien

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie!

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 0, 2), u_2 = (1, -1, -1), u_3 = (2, -1, 1), u_4 = (3, -2, 0).$$

Alors

- \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .

4/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3/3

Question 3 L'intégrale $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \frac{1}{x}$, est égale à

- $-\int_{1/2}^1 e^u du$ $\int_{1/2}^1 u^2 e^u du$ $-\int_{1/2}^1 u^2 e^u du$ $\int_{1/2}^1 e^u du$

3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{1 - x^2} ?$$

- $2 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$. $-x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + x^2 + o(x^2)$.
 $2 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $1 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$.

3/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-X^2-2X+1}{(X+1)^2(X^2+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

$F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{X-1}{X^2+1}$

$F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} + \frac{X-1}{X^2+1}$

$F = \frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2} - \frac{X+1}{X^2+1}$

$F = \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{X+1}{X^2+1}$

Question 6 Deux des sommes proposées ci-dessous donnent une approximation de l'aire sous la courbe de la fonction $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[0, 1]$. Lesquelles?

4/4

$\frac{1}{1000} \sum_{i=0}^9 i^2$

$\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}$

$\frac{1}{10} \sum_{i=0}^9 \frac{i^2}{100}$

$\frac{1}{100} \sum_{i=0}^9 \frac{(2i+1)^2}{100}$

 Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (2, 1, 2), u_4 = (0, 1, 0)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

3/3

 (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

 produit impossible

$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 16 \\ 4 & 0 & -8 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 10 & -5 \\ 14 & -15 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

 l'inverse n'existe pas

$\begin{pmatrix} 1/2 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 + x_3)$$

L'image de u est :

3/3

 $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
 $\text{Vect}(e_1 + 2e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$
 $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$
 $\text{Vect}(2e_1 - e_2 + 2e_3)$
 $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
 PISCIONE Thomas

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie!

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec
 $u_1 = (1, 0, 2)$, $u_2 = (1, -1, -1)$, $u_3 = (2, -1, 1)$, $u_4 = (3, -2, 0)$.

Alors

4/4

\mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ la matrice de passage

de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$. Calculer $D = P^{-1}AP$

3/3

$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_1^e \frac{1}{x \ln x} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \ln x$, est égale à

0/3

$\int_1^e \frac{1}{u} du$ $\int_1^e \frac{1}{u e^u} du$ $\int_0^1 \frac{1}{u} du$ $\int_0^1 \frac{e^{-u}}{u} du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x} ?$

3/3

$x + x^2 + o(x^2)$. $1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$. $x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $1 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $2 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{-X^2+2X+1}{(X-1)^2(X^2+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2} + \frac{X-1}{X^2+1}$
 $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{X+1}{X^2+1}$
 $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{X-1}{X^2+1}$
 $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{X+1}{X^2+1}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une fonction intégrable quelconque. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \frac{1}{2}$
 $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \int_0^1 f(x) dx$
 $\int_0^1 (1-f(x)) dx \leq \left| 1 - \int_0^1 f(x) dx \right|$
 $\int_0^1 f^2(x) dx \leq \int_0^1 (1-f(x)) dx$
 $\int_0^1 f^2(x) dx \leq 1 - \int_0^1 f^3(x) dx$
 Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (1, -2, 1), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (1, 0, 0), u_4 = (2, -4, 2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
 (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
 (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
 Aucune de ces familles n'est libre.
 (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 5 \ 2)$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 3 & 15 & 6 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 (-2)
 produit impossible
 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ est la matrice

0/2.5

- $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & -3 \end{pmatrix}$
 l'inverse n'existe pas
 $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $B = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 - 2x_2, 2x_2 - x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

0/3

- $\text{Vect}(e_1 - 2e_2, 2e_2 - e_3, e_1 - e_3)$
 $\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$
 $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 - e_2)$
 $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
 $\text{Vect}(2e_1, e_2, 2e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

QUINTON.....

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 1, 2), u_2 = (1, 0, 1), u_3 = (0, 1, 1), u_4 = (1, 1, 1).$$

Alors

- \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 .

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 3 L'intégrale $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 3} dx$, calculée avec le changement de variable $u = e^x$, est égale à

- $\int_0^1 \frac{u}{u+3} du$ $\int_1^e \frac{1}{u+3} du$ $\int_0^1 \frac{1}{u+3} du$ $\int_1^e \frac{u}{u+3} du$

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+x} ?$$

- $x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + x^2 + o(x^2)$. $x - x^2 + o(x^2)$. $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
 $-1 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$.



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{3X^2+2X+1}{X^2(X^2+X+1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

0/3

- $F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X-1}{X^2+X+1}$
- $F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X+1}{X^2+X+1}$
- $F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X+1}{X^2+X+1}$
- $F = \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X}{X^2+X+1}$

Question 6 Soit $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

0/4

- $\inf_{x \in [-1,1]} f(x) \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \sup_{x \in [-1,1]} f(x)$
- $\inf_{x \in [-1,1]} f(x) \leq \int_{-1}^1 f(x) dx \leq \sup_{x \in [-1,1]} f(x)$
- il existe $c \in [-1, 1]$ tel que $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2f(c)$
- il existe $c \in [0, 1]$ tel que $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2f(c)$
- il existe $c \in [-1, 1]$ tel que $\int_0^1 f(x) dx = 2f(c)$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 2, 1), u_2 = (1, -1, 1), u_3 = (0, 1, 2), u_4 = (1, 0, 3)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 14 & -1 & 1 \\ -7 & 11 & -4 \\ 35 & -10 & 5 \end{pmatrix}$
- produit impossible
- $\begin{pmatrix} 21 & 1 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 14 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 4 \\ 35 & 10 & 5 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas
- $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

Question 10 Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 + x_3)$$

L'image de u est :

0/3

- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$
- $\text{Vect}(e_1 + 2e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$
- $\text{Vect}(2e_1 - e_2 + 2e_3)$
- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
 et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

VANDEN HENDE Catherine

Attention à ne pas vous tromper,
 toute erreur invalide la copie!

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (1, 0, -1), u_2 = (1, 0, 0), u_3 = (2, 0, -1), u_4 = (1, -1, 0).$$

Alors

- \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .
 aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 .

4/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0/3

Question 3 L'intégrale $\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$, calculée avec le changement de variable $u = \ln x$, est égale à

- $\int_0^1 \frac{1}{u^2} du$ $\int_1^e \frac{1}{u^2 e^u} du$ $\int_1^e \frac{1}{u^2} du$ $\int_0^1 \frac{e^{-u}}{u^2} du$

3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{1 - x^2} ?$$

- $-x + x^2 + o(x^2)$. $2 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$. $2 - 2x - 3x^2 + o(x^2)$.
 $1 - x + x^2 + o(x^2)$. $1 - x + \frac{5x^2}{2} + o(x^2)$.

0/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{2X^3+2X^2-2X+2}{(X^2-1)^2}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{2}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = -\frac{1}{X-1} + \frac{1}{(X-1)^2} - \frac{1}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2}$
- $F = \frac{1}{X-1} - \frac{1}{(X-1)^2} + \frac{1}{X+1} - \frac{1}{(X+1)^2}$

Question 6 Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Ci-dessous, seules deux affirmations sont nécessairement justes. Lesquelles ?

4/4

- si f est en escalier sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions continues telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est continue sur $]0, 1[$, alors f est intégrable sur $[0, 1]$
- si f n'est pas continue sur $[0, 1]$ alors f n'est pas intégrable sur $[0, 1]$
- si f est continue sur $[0, 1]$ alors il existe (f_n) , suite de fonctions en escaliers telle que $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$
- si f est intégrable sur $[0, 1]$, alors f est une fonction en escalier
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 0, 1), u_2 = (2, 0, 3), u_3 = (1, 0, 2), u_4 = (3, 0, 5)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

- (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .
- Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

- produit impossible
- $\begin{pmatrix} -6 & -5 & 5 \\ 7 & 10 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -5 & 15 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & -5 & 3 \\ 10 & 15 & 1 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ est la matrice

2.5/2.5

- $\begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1/3 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 & 1/3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- l'inverse n'existe pas

Question 10 Soit $B = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 + x_3)$$

L'image de u est :

3/3

- $\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$
- $\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$
- $\text{Vect}(e_1 + 2e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$
- $\text{Vect}(2e_1 - e_2 + 2e_3)$



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

ZOUDE Antoine

Attention à ne pas vous tromper,
toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input checked="" type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>

Fdm2 – Printemps 2019

Règlement – L'épreuve dure 90 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document. Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.

Question 1 Soient $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_2)$, $\mathcal{F}_2 = (u_2, u_3, u_4)$, $\mathcal{F}_3 = (u_1, u_2, u_3)$, $\mathcal{F}_4 = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ quatre familles de vecteurs de \mathbb{R}^3 avec

$$u_1 = (-1, 0, 1), u_2 = (2, 0, 3), u_3 = (3, 0, 2), u_4 = (1, 0, 1).$$

Alors

- \mathcal{F}_2 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_1 est une base de \mathbb{R}^3 . \mathcal{F}_3 est une base de \mathbb{R}^3 .
 \mathcal{F}_4 est une base de \mathbb{R}^3 . aucune de ces familles n'est une base de \mathbb{R}^3 .

4/4

Question 2 Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 et $\beta' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ la matrice de passage de β à β' . Soit u l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 5 & -5 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ Calculer } D = P^{-1}AP$$

- $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0/3

Question 3 L'intégrale $\int_0^1 \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}} dx$, calculée avec le changement de variable $u = e^x$, est égale à

- $\int_1^e \frac{u}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_0^1 \frac{u}{2\sqrt{u+1}} du$ $\int_1^e \frac{1}{2\sqrt{u+1}} du$

3/3

Question 4 Quel est le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{e^x}{\cos x} ?$$

- $-1 + x + x^2 + o(x^2)$. $x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$. $2 + x + x^2 + o(x^2)$.
 $1 + x + x^2 + o(x^2)$.

3/3



Question 5 Soit F la fraction rationnelle définie par : $F = \frac{3X^2 - 2X + 1}{X^2(X^2 - X + 1)}$, déterminer sa décomposition en éléments simples parmi les proposition suivantes :

3/3

$F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{X-1}{X^2-X+1}$

$F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X+1}{X^2-X+1}$

$F = -\frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} - \frac{X}{X^2-X+1}$

2 rep

Question 6 Deux des sommes proposées ci-dessous donnent une approximation de l'aire sous la courbe de la fonction $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[0, 1]$. Lesquelles ?

4/4

$\frac{1}{100} \sum_{i=0}^9 \frac{(2i+1)^2}{100}$

$\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}$

$\frac{1}{1000} \sum_{i=0}^9 i^2$

$\frac{1}{10} \sum_{i=0}^9 \frac{i^2}{100}$

 Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 Soient

$$u_1 = (-1, 1, 0), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 0, 1), u_4 = (3, -1, 2)$$

quatre vecteurs de \mathbb{R}^3 . Alors

0/3

 (u_1, u_2, u_3) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_1, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 (u_1, u_2, u_3, u_4) est une famille libre de \mathbb{R}^3 .

 Aucune de ces familles n'est libre.

Question 8 Le produit de matrices $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ vaut

2.5/2.5

$\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ -6 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

 produit impossible

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 14 & -6 & -4 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

Question 9 L'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ est la matrice

0/2.5

$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5/3 & -2/3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -2/3 & 1 \\ 5/3 & -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2/3 & -1 \\ -5/3 & 2 \end{pmatrix}$

 l'inverse n'existe pas

Question 10 Soit $B = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soit $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie pour tout $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - x_3)$$

L'image de u est :

3/3

$\text{Vect}(2e_1 + e_2 + 2e_3)$

$\text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$

$\text{Vect}(e_1 + e_2, 2e_2 + e_3, e_1 - e_3)$

$\text{Vect}(e_1 + e_3, e_2 + e_3)$

$\text{Vect}(e_1 + e_3, e_1 + e_2)$