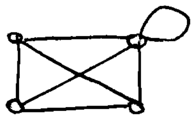
Corrigé du CC1 28-10-2009

Exercice 1

a) Un graphe est dit simple, lorsque il y a au plus une arête entre deux sommets distincts et pas de boucle.

b) si G est simple alors $\varepsilon(G) \leq \binom{\nu(G)}{2}$

Mais $7 \nleq \binom{4}{2} = 6$ donc G n'est pas simple

c) 

Exercice 2

G1) $\nu(G_1) = 6 \neq \nu(G) = 5$

G2) Le sommet $B \in V(G)$ a degré 4 et a un voisin C de degré 3.
Un tel sommet n'existe pas dans G_2.

G3) $\varepsilon(G_3) = 8 \neq \varepsilon(G) = 7$

ou bien G_3 contient un sommet (A) de degré 5. Un tel sommet n'est pas dans G.

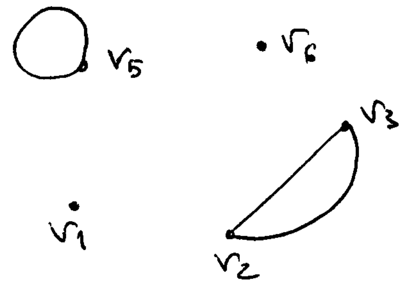
ou bien G_3 contient un 3-cycle et G non.

Exercice 3

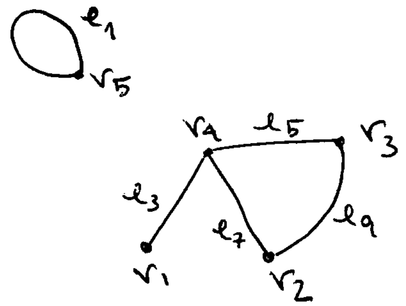
$M(G) =$

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9
v_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
v_2	0	0	0	0	0	0	1	1	1
v_3	0	0	0	1	1	1	0	1	1
v_4	0	1	1	1	1	1	1	0	0
v_5	2	1	0	0	0	0	0	0	0
v_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0

a) $H =$



$K =$



b) H et K ne sont pas connexes.

Dans H, il n'y a pas de chaîne qui relie v_5 à v_2

Dans K il n'y a pas de chaîne qui relie v_5 à v_2 c même

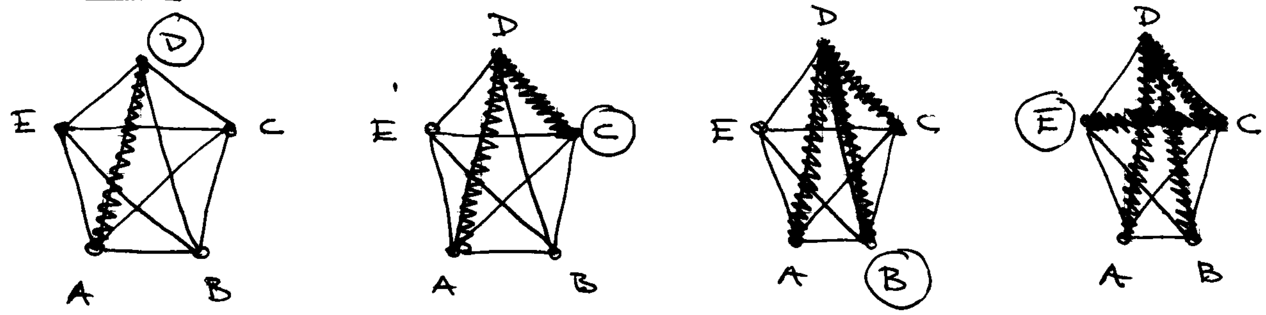
$\omega(H) = 4$ $\omega(K) = 2$

Exercice 4

a) Le degré d'un sommet v, $d(v)$ est le nombre d'arêtes incidentes à v ; une boucle est comptée deux fois.

b) Preuve faite en cours. (théorème 1).

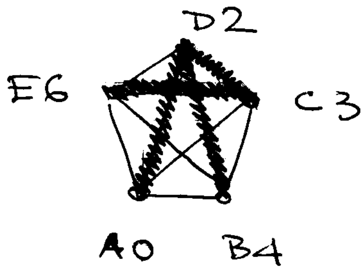
Exercice 5



A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
	5A	5A	$\boxed{2A}$	8A
	4D	$\boxed{3D}$		8A
	$\boxed{4D}$			6C
				$\boxed{6C}$

$\Downarrow$

l'arbre couvrant avec les distances est



Barème

EX 1 4pts - 1+2+1

EX 2 4,5 - 1,5+1,5+1,5

EX 3 4 - 1+1,5+1,5

EX 4 4 - 1+3

EX 5 3,5

20pts