

Université Claude Bernard-Lyon 1/ Licence sciences et technologie
Math L1/ Unité d'enseignement « Intégration et approximation »
Contrôle continu final/ Durée 2 heures

Les exercices ci-dessous sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. L'utilisation de document de toute nature et de calculatrices n'est pas autorisée, l'utilisation de téléphone sera considéré comme tentative de fraude (y compris regarder l'heure). Le sujet est imprimé sur une page.

exercice 1.

- a. Calculer $\int_0^\pi x\sqrt{1 - \cos(2x)} dx$
- b. Déterminer une primitive pour la fonction $x \rightarrow \frac{1}{e^x + 4e^{-x}}$

exercice 2. On définit une fonction f comme suit :

$$f(x) = x \ln(x) - \arcsin(1 - x^2), \quad 0 < x \leq 1$$

- a. Expliquer pourquoi la fonction est continue sur l'intervalle $]0,1]$.
- b. Quelle valeur doit-on donner à $f(0)$ afin que f soit continue sur $[0,1]$?
- c. Calculer la dérivée de f en un point $x \in]0,1[$.
- d. Démontrer que f atteint un minimum sur l'intervalle ouvert $]0,1[$.

exercice 3. Trouver la solution générale de l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 3y = 3t^2 + 2t$$

exercice 4. Déterminer le développement limité en 0 et d'ordre 6 de la fonction

$$f(x) = \ln(\cos(x))$$

exercice 5.

- a. Ecrire la formule de Taylor-Lagrange entre 0 et t et avec un reste d'ordre 6 de la fonction

$$f(x) = e^x \sin(x)$$

- b. Trouver un polynôme $P(t)$ (en justifiant) tel que

$$|P(t) - e^t \sin(t)| < \frac{1}{30}$$

Pour $t \in [0,1]$