

FONDAMENTAUX DES MATHÉMATIQUES I

PROGRAMME DE L'UNITE D'ENSEIGNEMENT :

Calculs algébriques. Sommes, produits, sommes géométriques, inégalités dans \mathbb{R} , coefficients binomiaux.

Nombres complexes. Forme algébrique (partie réelle et imaginaire), opérations, conjugaison. Module, inégalité triangulaire, argument, exponentielle complexe, forme trigonométrique, formule d'Euler, formule de Moivre. Formule du binôme. Équations du second degré à coefficients complexes. Racines n-ièmes. Interprétation géométrique : affixe d'un point, d'un vecteur, interprétation du module, de l'argument, de la conjugaison, similitudes directes (en particulier translations, homothéties, rotations).

Bases de logique. Quantificateurs, équivalence, contraposée, négation, raisonnement par récurrence, par l'absurde. Ensembles. Inclusion, intersection, réunion, complémentaire, parties d'un ensemble E , produit cartésien.

Applications. Injectivité, surjectivité, bijectivité, composition, fonction réciproque.

Arithmétique. ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ hors programme) Divisibilité, diviseurs, multiples, division euclidienne, congruences, pgcd, ppcm, algorithme d'Euclide. Identité de Bézout, théorème de Gauss, équations $ax + by = c$. Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers. Bases de la numération.

Polynômes sur \mathbb{R} ou \mathbb{C} . La construction est hors programme. Somme, produit, degré, valuation, polynômes unitaires. Divisibilité, division euclidienne, pgcd, factorisation en produit de polynômes irréductibles. Fonctions polynomiales. Racines, dérivation, racines multiples, relations coefficients racines, théorème de d'Alembert- Gauss (admis).

Pratiques sur les fonctions usuelles. On utilise ici les outils connus du lycée. In, exp, fonctions puissances, fonctions trigonométriques et trigonométriques hyperboliques, partie entière, valeur absolue, dérivation des fonctions composées (admis à ce stade), parité, périodicité, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées, croissances comparées, calculs de limites, graphes, tableau de variations, asymptotes, tangente en un point, concavité/convexité du graphe, point d'inflexion.

Suites réelles. Définition, monotonie, suites minorées, majorées, bornées. Convergence, théorème d'encadrement, suites croissantes et majorées/décroissantes minorées (admis). Suites adjacentes. Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques. Suites extraites, théorème de Ramsey, théorème de Bolzano-Weierstrass (pourra être admis).

Limites et continuité des fonctions. On mettra en avant la caractérisation séquentielle. Limites, limites à gauche et à droite, opérations, passage à la limite dans des inégalités. Théorème d'encadrement, théorème de la limite monotone. Continuité, continuité à gauche, à droite, prolongement par continuité, opérations. Théorème des valeurs intermédiaires, de la bijection, fonction continue sur un segment.

Dérivabilité. Dérivabilité, dérivabilité à gauche, à droite, interprétation géométrique, opérations. Extremum local et point critique. Théorème de Rolle et des accroissements finis.