

Vrai ou Faux ? A propos du CM du 07/09

Algèbre 1
11/09/2026



Lyon 1

Vrai/Faux 1

La division est une opération commutative sur $\mathbb{R}^*$

Vrai/Faux 1

La division est une opération commutative sur $\mathbb{R}^*$

FAUX. Pour cela, il faudrait au moins que, pour tout $x, y \in \mathbb{N}^*$,

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{x},$$

c'est-à-dire $x^2 = y^2$, ce qui est évidemment faux. Contre-exemple :

$$\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1} = 2.$$

Vrai/Faux 2

L'ensemble $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est stable par addition et multiplication.

Vrai/Faux 2

L'ensemble $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est stable par addition et multiplication.

FAUX. En effet, on sait que $\sqrt{2}$ est irrationnel et on a donc les deux contre-exemples suivants :

Vrai/Faux 2

L'ensemble $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est stable par addition et multiplication.

FAUX. En effet, on sait que $\sqrt{2}$ est irrationnel et on a donc les deux contre-exemples suivants :

① si $x = \sqrt{2}$ et $y = -\sqrt{2}$, $y \notin \mathbb{Q}$ et donc

$$x + y = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$$

donc $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ n'est pas stable pour l'addition.

Vrai/Faux 2

L'ensemble $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est stable par addition et multiplication.

FAUX. En effet, on sait que $\sqrt{2}$ est irrationnel et on a donc les deux contre-exemples suivants :

- ① si $x = \sqrt{2}$ et $y = -\sqrt{2}$, $y \notin \mathbb{Q}$ et donc

$$x + y = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$$

donc $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ n'est pas stable pour l'addition.

- ② si $x = \sqrt{2}$ et $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $y \notin \mathbb{Q}$ car sinon $\sqrt{2} = \frac{1}{y}$ serait rationnel, et

$$xy = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$$

donc $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ n'est pas stable pour la multiplication.

Vrai/Faux 3

Le nombre $\sqrt[3]{-27}$ a un sens (existe) dans $\mathbb{R}$.

Vrai/Faux 3

Le nombre $\sqrt[3]{-27}$ a un sens (existe) dans $\mathbb{R}$.

VRAI. C'est la racine cubique de -27 , elle vaut donc, comme $3 \in 2\mathbb{N} + 1$,

$$\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -27^{\frac{1}{3}} = -3.$$

En effet $(-3)^3 = (-1)^3 \times 3^3 = -1 \times 27 = -27$.

Attention : par contre, $\sqrt{-27}$ n'a pas de sens !!!!!

Sous une racine **carrée**, on ne met que des réels positifs !

Familles/Suites : Rectificatif - Explication

- Une **FAMILLE** est finie ou infinie.

Dans ce cours une famille sera toujours FINIE.

Exemple : $(D_k)_{k \in \{1,2,3\}}$ où D_k : cercle de rayon k .

- Une famille infinie est en fait appelée une **SUITE**.

Exemple : $\left(\frac{1}{k}\right)_{k \in \mathbb{N}^*}$

Pas d'inquiétude : c'est toujours clair d'après le contexte !