

Exercices supplémentaires - Quantificateurs

Exercice 1. Comprendre leur signification

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des étudiants de l'université de Lyon 1, $\mathcal{J}$ l'ensemble des jours de la semaine et, pour un étudiant x , $h_j(x)$ son heure de réveil le jour j .

1. Écrire avec des symboles mathématiques la proposition : «Tout étudiant de l'université Lyon 1 se réveille au moins un jour de la semaine avant 8h ».
2. Écrire la négation de cette proposition avec des symboles mathématiques, puis l'énoncer en français.

Exercice 2. Ecrire avec des quantificateurs

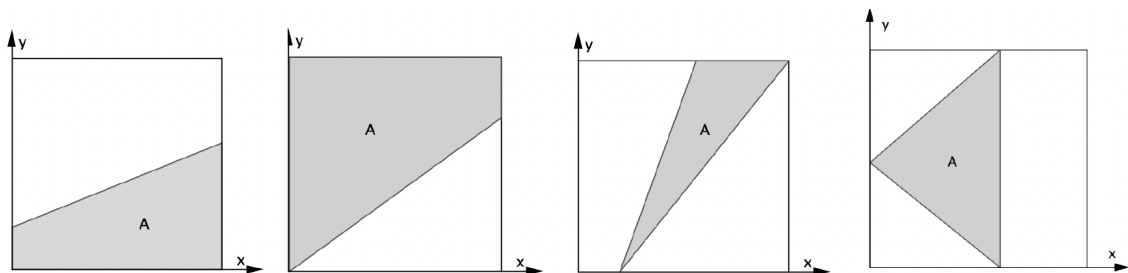
Ecrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3. Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.
4. Tous les réels ne sont pas des quotients d'entiers.
5. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
6. Etant donné trois réels non-nuls, il y en a au moins deux de même signe.

Exercice 3. Ordre des quantificateurs et représentation graphique

Pour chacune des zones A représentées dans le carré $[0, 1] \times [0, 1]$ dans les repères ci-dessous, indiquer quelles propositions sont vraies.

1. $\forall x \in [0, 1], \exists y \in [0, 1], (x, y) \in A$.
2. $\forall y \in [0, 1], \exists x \in [0, 1], (x, y) \in A$.
3. $\exists x \in [0, 1], \forall y \in [0, 1], (x, y) \in A$.
4. $\exists y \in [0, 1], \forall x \in [0, 1], (x, y) \in A$.



Exercice 1. Comprendre leur signification

1. $\forall x \in \mathcal{E}, \exists j \in \mathcal{J}, h_j(x) \leq 8.$

2. $\exists x \in \mathcal{E}, \forall j \in \mathcal{J}, h_j(x) > 8.$

"Il existe au moins un étudiant de Lyon 1 qui se réveille tous les jours après 8h".

Exercice 2. Ecrire avec des quantificateurs

1. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0.$

2. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x.$

3. $\nexists n \in \mathbb{N}, \forall p \in \mathbb{N}, n \geq p.$

4. $\exists x \in \mathbb{R}, x \notin \mathbb{Q}.$

5. $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x < y, \exists q \in \mathbb{Q}, x \leq q \leq y.$

6. $\forall (x_1, x_2, x_3) \in (\mathbb{R}^*)^3, \exists (i, j) \in \{1, 2, 3\}^2, x_i x_j > 0.$

Exercice 3. Ordre des quantificateurs

On numérote ici les graphiques de gauche à droite.

- Graphique 1 : 1., 4.
- Graphique 2 : 1., 2., 3., 4.
- Graphique 3 : 2.
- Graphique 4 : 2., 3.