
Rédiger un calcul (égalité)

Calculer une expression ou montrer une égalité, c'est à la fois

- montrer que l'on connaît les règles de calculs ;
- montrer que l'on sait rédiger de manière cohérente.

Traitions ici trois exemples, un calcul et deux égalités à montrer (*les parties en bleu sont des commentaires*).

Énoncé 1 : Calculer $\frac{\sqrt[4]{9} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right)}{2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 20^{-1}}$.

On a

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{9} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right)}{2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 20^{-1}} &= \frac{\sqrt{\sqrt{9}} \left(\frac{2-5}{10} \right)}{2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{20}} \\ &= -\frac{\sqrt{3} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{\sqrt{3}}{10}} \\ &= -\sqrt{3} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \\ &= -3. \end{aligned}$$

On part de l'expression initiale, puis chaque calcul est détaillé le mieux possible, en mettant des signes = entre chaque expression. Écrire un calcul en colonne ainsi permet de rajouter éventuellement des arguments à droite des expressions au fur et à mesure. Le but est que vous (c'est plus facile de vérifier !) et la personne qui vous relira puissent suivre précisément ce que vous avez fait !

Énoncé 2 : Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$ (Identité d'Argand).

Soit $x \in \mathbb{R}$, alors on a

$$(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 - x^3 + x^2 + x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1 = x^4 + x^2 + 1.$$

Comme l'expression dépend d'une variable x , on commence par dire à quel ensemble elle appartient. Puis on remarque qu'il suffit de développer l'expression de gauche, donc on part de celle-ci, on développe en écrivant les étapes et on aboutit à la réponse désirée. On pourrait aussi partir de l'expression de droite et factoriser, mais c'est un peu plus difficile ici.

Enoncé 3 : Montrer que pour tous réels a, b, c, d, n , on a

$$(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = (ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2 \quad (\text{Identité de Brahmagupta}).$$

Soient a, b, c, d, n des réels. D'un côté, on a

$$(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = a^2c^2 - na^2d^2 - nb^2c^2 - n^2b^2d^2.$$

De l'autre, on a

$$\begin{aligned}(ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2 &= a^2c^2 + n^2b^2d^2 + 2nabcd - n(a^2d^2 + b^2c^2 + 2abcd) \\ &= a^2c^2 - na^2d^2 - nb^2c^2 - n^2b^2d^2.\end{aligned}$$

On a donc montré que $(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = (ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2$.

On commence par présenter les variables. Ici les deux expressions de chaque côté du signe = sont à développer, donc il suffit de les développer séparément pour se rendre compte que l'égalité est vraie.