

Gram-Schmidt (réel)

$(a_1, \dots, a_n) \mapsto (f_1, \dots, f_n)$ orthog. de
 $\text{Vect}(a_1, \dots, a_i)$
 $= \text{Vect}(f_1, \dots, f_i)$

- $f_1 = a_1$

- $f_2 = a_2 + \lambda f_1$ avec λ à déterminer

On veut $f_1 \perp f_2 \Rightarrow \langle f_1, f_2 \rangle = 0$

$$\langle f_1, a_2 + \lambda f_1 \rangle = \langle f_1, a_2 \rangle + \lambda \|f_1\|^2 = 0$$

soit $\lambda = - \frac{\langle f_1, a_2 \rangle}{\|f_1\|^2}$

d'où $f_2 = a_2 - \frac{\langle f_1, a_2 \rangle}{\|f_1\|^2} \cdot f_1$

- $f_3 = a_3 + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$ λ_1, λ_2 ?

On veut $\langle f_1, f_3 \rangle = 0$, $\langle f_2, f_3 \rangle = 0$

$$\langle f_1, f_3 \rangle = \langle f_1, a_3 \rangle + \lambda_1 \|f_1\|^2 + \lambda_2 \langle f_1, f_2 \rangle$$

d'où $\lambda_1 = - \frac{\langle f_1, a_3 \rangle}{\|f_1\|^2}$

$$11811^2$$