

$$q(x) = x_1 x_2 + 2x_1 x_3 - x_1 x_4 + x_2 x_3 + 3x_2 x_4 + 9x_3 x_4$$

$$x_1 x_2 + 2x_1 x_3 - x_1 x_4 + x_2 x_3 + 3x_2 x_4$$

$$= x_1 x_2 + x_1 (2x_3 - x_4) + x_2 (x_3 + 3x_4)$$

a b

Identité remarquable :

$$xy + xa + yb = (x+b)(y+a) - ab$$

$$= \underbrace{(x_1 + x_3 + 3x_4)}_a \underbrace{(x_2 + 2x_3 - x_4)}_b - \underbrace{(2x_3 - x_4)}_{(x_3 + 3x_4)}$$

$$ab = \frac{1}{4} [(a+b)^2 - (a-b)^2]$$

$$= \frac{1}{4} (x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4)^2 - \frac{1}{4} (x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4)^2$$

- ...

On remplace dans l'expression de q :

$$q(x) = \frac{1}{4} (x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4)^2 - \frac{1}{4} (x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4)^2$$

$$- \underbrace{2x_3^2 + 4x_3x_4 + 3x_4^2}$$

Et on continue de réduire ce qui reste

Finalement:

$$q(x) = \frac{1}{4} * - \frac{1}{4} * - 2(x_3 - x_4)^2 + 5x_4^2$$