

G groupe, H sous-groupe de G , on montre:

$$\forall g \in G, \text{card}(gH) = |H|$$

On considère $f: H \rightarrow gH = \{gh \text{ avec } h \in H\}$
$$h \mapsto gh$$

f est surjective par construction

f est injective: $f(x) = f(y) \Rightarrow gx = gy$
 $\Rightarrow x = y$

donc c'est une bijection donc $|H| = \text{card}(gH)$

th (Lagrange): $\text{card}(G/H) = \overset{\text{ex.}}{\text{card}(H \backslash G)}$

or $|G| = \text{card}(G/H) \times |H| \Leftarrow$

Preuve: (cas fini): $G = \bigcup_{C \in G/H} C = \bigcup_{C \in H \backslash G} C$

don

$$|G| = \sum_{C \in G/H} \text{card}(C) = \sum_{C \in G/H} |H|$$

$$= \text{card}(G/H) \times |H|$$