

$\mathcal{T} = \{ A \subseteq \mathbb{R} \text{ avec } A \text{ apd (au plus dénombrable)} \\ \text{ou } A^c \text{ apd} \}$

1. $\mathcal{T}$ tribu: • $\emptyset \in \mathcal{T}$ car $\emptyset$ est apd

• $A \in \mathcal{T}$ abs on a A apd $\Rightarrow (A^c)^c$ est apd
 $\Rightarrow A^c \in \mathcal{T}$

on a A^c apd $\Rightarrow A^c \in \mathcal{T}$

• $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ éléments de $\mathcal{T}$. On montre que

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \in \mathcal{T}$$

1^{er} cas: $\forall i$ A_i est apd abs $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ est apd

donc $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \in \mathcal{T}$

2^e cas: $\exists i_0$, $A_{i_0}^c$ est apd abs

$$\left(\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \right)^c = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i^c \subseteq A_{i_0}^c \text{ apd}$$

donc $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \notin \mathcal{T}$

2. Il existe $A \subseteq \mathbb{R}$ avec $A \notin \mathcal{T}$

Par exemple : $A = [0; 1]$

3. $[0; 1] = \bigcup_{x \in [0; 1]} \{x\}$ or $\{x\} \in \mathcal{T} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc $\mathcal{T}$ n'est pas stable par union arbitraire