

1 Caractérisation de l'alignement

Montrez que trois points $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B), C(x_C, y_C)$ du plan euclidien usuel sont colinéaires si et seulement si

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

2 Calculs pratiques (bis)

Dans le plan euclidien usuel $\mathbb{R}^2$, soit D la droite d'équation cartésienne

$$3x - 4y = 7$$

Déterminez les coordonnées du projeté sur D (resp., du symétrique par rapport à D) d'un point quelconque du plan $M(x_0, y_0)$.

Dans l'espace euclidien usuel $\mathbb{R}^3$, soient P, P' les plans d'équations cartésiennes respectivement

$$\begin{aligned} x + 2y - 5 &= 0 \\ x + y + z &= 3 \end{aligned}$$

Montrez que ces plans ne sont pas parallèles et déterminez un vecteur directeur de leur droite commune. Donnez une équation du plan P'' perpendiculaire à d et passant par $(1, 0, -1)$. Quelle est l'intersection de ces trois plans ?

3 Une famille de droites

On considère la famille de droites $(D_m)_{m \in \mathbb{R}}$ définies par les équations cartésiennes

$$2mx + (1 - 4m)y = 5$$

Montrez que cette famille est l'ensemble des droites passant par un même point A à déterminer, à une exception près.

4 Droites dans l'espace

Dans l'espace euclidien usuel, on considère les droites D_1, D_2 définies (respectivement) par les systèmes d'équations cartésiennes suivants :

$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ x + 2y - 5z + 1 = 0 \end{cases}$$

Déterminez une équation cartésienne du plan engendré par les droites D_1 et D_2 .

5 Un cercle passant par trois points

1. Soient A, B, C trois points non-alignés du plan euclidien. En considérant les médiatrices de AB et de AC et leur intersection, montrez qu'il existe un unique cercle passant par A, B, C .
2. Vérifiez que $A(5, 5), B(-1, 5), C(-2, -2)$ ne sont pas alignés et calculez une équation cartésienne du cercle passant par ces trois points.