Université Claude Bernard Lyon 1 — UE Analyse 1 pour l'informatique
Semestre d'automne 2025-2026

Contrôle partiel

Lundi 3 novembre 2025 – Durée : 1h30.

Les documents, les téléphones et les calculatrices ne sont pas autorisés. La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

Exercice 1 : Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction et A une partie de $\mathbb{R}$. Donner la définition de $f(A)$.

Exercice 2 : Déterminer l'ensemble des réels x qui vérifient $|x-1| + |x+2| < 4$.

Exercice 3 : 1. Déterminer les limites en $+\infty$ des fonctions suivantes :

$$f(x) = (1+x^4)e^{-x}, \quad g(x) = \frac{x\sqrt{x} - x}{2x^3 + x^2 + 1}, \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{(\ln(x))^{1000} + 1}{x+1}.$$

2. Déterminer l'ensemble des réels où les fonctions suivantes sont dérivables, et calculer leur dérivée.

$$u(x) = \sin(1+x^2), \quad \text{et} \quad v(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}.$$

Exercice 4 : On définit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ par, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1+e^{x^2}}.$$

1. Calculer $f(-x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. La fonction f est-elle paire ou impaire ?
2. Justifier que f n'est pas injective.
3. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) \geq 0$. La fonction f est-elle surjective ?
4. Déterminer l'ensemble des réels où f est dérivable et calculer la dérivée de f.

Exercice 5 : 1. Déterminer les réels x solutions de l'équation

$$2x^2 + x - 1 = 0.$$

2. Déterminer les réels x solutions de l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$.
3. Déterminer les réels x solutions de l'équation $\cos(x) = -1$.
4. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\cos(2x) + \cos(x) = 0$.