

# Vrai ou Faux ? A propos du CM du 19/09

Algèbre 1  
26/09/2025



Lyon 1

## Vrai/Faux 1

On a, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned}(-2x + 3)^3 &= (-2x)^3 + 3(-2x)^2 + 3 \times 3^2(-2x) + 3^3 \\ &= -8x^3 + 12x^2 - 54x + 27\end{aligned}$$

## Vrai/Faux 1

On a, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned}(-2x + 3)^3 &= (-2x)^3 + 3(-2x)^2 + 3 \times 3^2(-2x) + 3^3 \\ &= -8x^3 + 12x^2 - 54x + 27\end{aligned}$$

**FAUX.** On rappelle la formule du binôme de Newton, pour tout  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $n \in \mathbb{N}$ , puis pour  $n = 3$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k,$$

$$(a + b)^3 = \binom{3}{0} a^3 b^0 + \binom{3}{1} a^2 b^1 + \binom{3}{2} a^1 b^2 + \binom{3}{3} a^0 b^3$$

## Vrai/Faux 1

On a, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned}(-2x + 3)^3 &= (-2x)^3 + 3(-2x)^2 + 3 \times 3^2(-2x) + 3^3 \\ &= -8x^3 + 12x^2 - 54x + 27\end{aligned}$$

**FAUX.** On rappelle la formule du binôme de Newton, pour tout  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $n \in \mathbb{N}$ , puis pour  $n = 3$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k,$$

$$(a + b)^3 = \binom{3}{0} a^3 b^0 + \binom{3}{1} a^2 b^1 + \binom{3}{2} a^1 b^2 + \binom{3}{3} a^0 b^3$$

Pour trouver les coefficients binomiaux, on utilise le triangle de Pascal (on trouve, dans l'ordre, 1, 3, 3, 1)

## Vrai/Faux 1

On a, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned}(-2x + 3)^3 &= (-2x)^3 + 3(-2x)^2 + 3 \times 3^2(-2x) + 3^3 \\ &= -8x^3 + 12x^2 - 54x + 27\end{aligned}$$

**FAUX.** On rappelle la formule du binôme de Newton, pour tout  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $n \in \mathbb{N}$ , puis pour  $n = 3$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k,$$

$$(a + b)^3 = \binom{3}{0} a^3 b^0 + \binom{3}{1} a^2 b^1 + \binom{3}{2} a^1 b^2 + \binom{3}{3} a^0 b^3$$

Pour trouver les coefficients binomiaux, on utilise le triangle de Pascal (on trouve, dans l'ordre, 1, 3, 3, 1) et donc, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned}(-2x + 3)^3 &= 1 \times (-2x)^3 + 3 \times (-2x)^2 \times 3 + 3 \times (-2x) \times 3^2 + 1 \times 3^3 \\ &= -8x^3 + 36x^2 - 54x + 27\end{aligned}$$

## Vrai/Faux 2

Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Les propositions  $\text{non}(x \leq 1 \text{ ou } x > 3)$  et  $(x \geq 1 \text{ et } x < 3)$  ont mêmes valeurs de vérité.

## Vrai/Faux 2

Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Les propositions  $\text{non}(x \leq 1 \text{ ou } x > 3)$  et  $(x \geq 1 \text{ et } x < 3)$  ont mêmes valeurs de vérité.

**FAUX.** En notant  $P: "x \leq 1"$  et  $Q: "x > 3"$ , on a  $\text{non}(P): "x > 1"$  et  $\text{non}(Q): "x \leq 3"$ .

## Vrai/Faux 2

Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Les propositions  $\text{non}(x \leq 1 \text{ ou } x > 3)$  et  $(x \geq 1 \text{ et } x < 3)$  ont mêmes valeurs de vérité.

**FAUX.** En notant  $P: "x \leq 1"$  et  $Q: "x > 3"$ , on a  $\text{non}(P): "x > 1"$  et  $\text{non}(Q): "x \leq 3"$ . D'après les lois de De Morgan, on a

$\text{non}(P \text{ ou } Q)$  a les mêmes valeurs de vérités que  $\text{non}(P)$  **et**  $\text{non}(Q)$ ,

*(le contraire de "fromage ou dessert" est "ni fromage ni dessert")*

## Vrai/Faux 2

Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Les propositions  $\text{non}(x \leq 1 \text{ ou } x > 3)$  et  $(x \geq 1 \text{ et } x < 3)$  ont mêmes valeurs de vérité.

**FAUX.** En notant  $P: "x \leq 1"$  et  $Q: "x > 3"$ , on a  $\text{non}(P): "x > 1"$  et  $\text{non}(Q): "x \leq 3"$ . D'après les lois de De Morgan, on a

$\text{non}(P \text{ ou } Q)$  a les mêmes valeurs de vérités que  $\text{non}(P) \text{ et } \text{non}(Q)$ ,

*(le contraire de "fromage ou dessert" est "ni fromage ni dessert")*

donc  $\text{non}(x \leq 1 \text{ ou } x > 3)$  et  $(x > 1 \text{ et } x \leq 3)$  ont mêmes valeurs de vérité.

## Vrai/Faux 3

La proposition suivante est vraie : Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $x^2 < 0$ , alors  $\sin(x) > 2$ .

## Vrai/Faux 3

La proposition suivante est vraie : Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $x^2 < 0$ , alors  $\sin(x) > 2$ .

**VRAI.** En effet, comme le prédicat  $P: "x^2 < 0"$  est toujours faux, la proposition  $P \Rightarrow Q$  est toujours vraie, que  $Q$  soit Vrai ou Faux (comme c'est le cas ici puisque, pour tout réel  $x$ ,  $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ ).

## Vrai/Faux 3

La proposition suivante est vraie : Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $x^2 < 0$ , alors  $\sin(x) > 2$ .

**VRAI.** En effet, comme le prédicat  $P: "x^2 < 0"$  est toujours faux, la proposition  $P \Rightarrow Q$  est toujours vraie, que  $Q$  soit Vrai ou Faux (comme c'est le cas ici puisque, pour tout réel  $x$ ,  $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ ).

| $P$ | $Q$ | $P \Rightarrow Q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

Il s'agit d'une **convention calculatoire** que l'on expliquera durant cette séance de cours, via la notion d'équivalence.