

# Vrai ou Faux ? A propos du CM du 08/09

Algèbre 1  
12/09/2025



Lyon 1

# Vrai/Faux 1

La division est une opération commutative sur  $\mathbb{R}^*$

## Vrai/Faux 1

La division est une opération commutative sur  $\mathbb{R}^*$

**FAUX.** Pour cela, il faudrait que, pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$  et pour tout  $y \in \mathbb{R}^*$ ,

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{x},$$

c'est-à-dire  $x^2 = y^2$ , ce qui est évidemment faux. Contre-exemple :

$$\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1} = 2.$$

## Vrai/Faux 2

Le nombre  $\frac{1}{7}$  est décimal.

## Vrai/Faux 2

Le nombre  $\frac{1}{7}$  est décimal.

**FAUX.** Raisonnons par l'absurde et supposons que c'est vrai, il existe donc  $n \in \mathbb{Z}$  et  $k \in \mathbb{N}$  tel que

$$\frac{1}{7} = \frac{n}{10^k}.$$

Ainsi, on a  $7n = 10^k$ . Comme ces deux nombres sont des entiers, on en déduit que 7 doit diviser  $10^k$ , ce qui est impossible.

Donc  $\frac{1}{7}$  n'est PAS décimal.

Pour aller plus loin : essayez de montrer de même que  $\sqrt{2} \notin \mathbb{D}$ .

## Vrai/Faux 3

L'ensemble  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  est stable par addition et multiplication.

## Vrai/Faux 3

L'ensemble  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  est stable par addition et multiplication.

**FAUX.** En effet, on sait que  $\sqrt{2}$  est irrationnel et on a donc les deux contre-exemples suivants :

- ① si  $x = \sqrt{2}$  et  $y = 1 - \sqrt{2}$ ,  $y \notin \mathbb{Q}$  car sinon  $\sqrt{2} = 1 - y$  serait rationnel, et

$$x + y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$$

donc  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  n'est pas stable pour l'addition.

- ② si  $x = \sqrt{2}$  et  $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $y \notin \mathbb{Q}$  car sinon  $\sqrt{2} = \frac{1}{y}$  serait rationnel, et

$$xy = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$$

donc  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  n'est pas stable pour la multiplication.