

Mini-DM 3 : Ensembles et applications (date butoir : 24/10/25)

Choisir **un seul** des exercices ci-dessous et le rendre **en CM** sur cette feuille.

NOM :

Prénom :

Numéro d'étudiant.e :

Exercice 3.1 : On pose

$$E = \left\{ \frac{1}{k(k+1)} : k \in \mathbb{N}^* \right\} \quad \text{et} \quad F = \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N}^* \right\}$$

1. Montrer que $E \subset F$.
2. Y a-t-il égalité entre les ensembles E et F ?
3. On considère l'ensemble $\Lambda = E - E = \{z = x - y : x \in E, y \in E\}$.
 - a) Montrer que $\Lambda \subset F$.
 - b) **BONUS (plus difficile)** : Montrer que $\Lambda \neq F$.

Exercice 3.2 : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on note $E(x)$ la partie entière de x . Soient $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ et $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ définies par

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad f(n) = 2n \quad \text{et} \quad g(n) = E\left(\frac{n}{2}\right).$$

Les fonctions f et g sont-elles injectives ? surjectives ? Comparer $f \circ g$ et $g \circ f$.

Réponse.