

## Mini-DM 3 : Ensembles et applications (date butoir : 24/10/25)

Choisir **un seul** des exercices ci-dessous et le rendre **en CM** sur cette feuille.

---

**NOM :**

**Prénom :**

**Numéro d'étudiant.e :**

---

**Exercice 3.1 :** On pose

$$E = \left\{ \frac{1}{k(k+1)} : k \in \mathbb{N}^* \right\} \quad \text{et} \quad F = \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N}^* \right\}$$

1. Montrer que  $E \subset F$ .
2. Y a-t-il égalité entre les ensembles  $E$  et  $F$  ?
3. On considère l'ensemble  $\Lambda = E - E = \{z = x - y : x \in E, y \in E\}$ .
  - a) Montrer que  $\Lambda \subset F$ .
  - b) **BONUS (plus difficile) :** Montrer que  $\Lambda \neq F$ .

**Exercice 3.2 :** Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on note  $E(x)$  la partie entière de  $x$ . Soient  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  et  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  définies par

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad f(n) = 2n \quad \text{et} \quad g(n) = E\left(\frac{n}{2}\right).$$

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont-elles injectives ? surjectives ? Comparer  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .

---

**Réponse.**