

Mini-DM 2 : Logique et raisonnements (date butoir : 10/10/25)

Choisir **un seul** des exercices ci-dessous et le rendre **en CM** sur cette feuille.

NOM :

Prénom :

Numéro d'étudiant.e :

Exercice 2.1 : Le but de cet exercice est de démontrer deux résultats laissés en exercices en CM et de traiter un exemple.

1. (*Loi de De Morgan*) Soient P et Q deux propositions. Montrer, en utilisant une table de vérité, que $\text{non}(P \text{ et } Q)$ est équivalent à $(\text{non}(P) \text{ ou } \text{non}(Q))$.
2. (*Raisonnement par l'absurde*) Soit P une proposition. Montrer, sans utiliser de table de vérité, que, pour toute proposition Q ,

P est équivalent à " $(\text{non}(P) \Rightarrow Q) \text{ et } (\text{non}(P) \Rightarrow \text{non}(Q))$ ".

3. Montrer par l'absurde que, pour tout entiers relatifs a et b , on a

$$a + b\sqrt{2} = 0 \Rightarrow b = 0.$$

Exercice 2.2 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \end{cases}$$

Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Réponse.