

Exercices supplémentaires - Nombres Complexes

Exercice 1. Racines cubiques de 1

1. Déterminer les racines cubiques de 1 et les représenter dans le plan complexe.
2. On note $j = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. Montrer que $1 + j + j^2 = 0$.
3. Exprimer les racines cubiques de 1 en fonction de j .

Exercice 2. Racines carrées de nombres complexes

1. Déterminer les racines carrées de $7 + 24i$, puis celles de $1 + i$.
2. Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes:
 - a) $z^2 = -2\sqrt{3} + 2i$,
 - b) $z^2 = 3 - 4i$.

Exercice 3. Equations dans \mathbb{C}

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes:

1. $(1 + 2i)z^2 - (9 + 3i)z + 10 - 5i = 0$,
2. $z^3 + 3z - 2i = 0$,
3. $z^6 - (3 + 2i)z^3 + 2 + 2i = 0$,
4. $\bar{z}^7 = \frac{1}{z^2}$
5. $z^5 - z = 0$,
6. $27(z - 1)^6 + (z + 1)^6 = 0$.

Exercice 4. Equation à paramètre et hexagone régulier

Soit $\alpha \in [0, \pi]$. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^6 - 2z \cos \alpha + 1 = 0$ et déterminer α pour que les solutions de cette équations forment un polygone régulier dans le plan complexe.