Fiche méthodologique : rédiger un calcul (égalité)

Laurent Bétermin

Calculer une expression ou montrer une égalité, c'est à la fois

- montrer que l'on connaît les règles de calculs ;
- montrer que l'on sait rédiger de manière cohérente.

Traitons ici trois exemples, un calcul et deux égalités à montrer *(les parties en bleu sont des commentaires)*.

Enoncé 1 : Calculer $\dfrac{\sqrt[4]{9}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)}{2\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 20^{-1}}$.

On a

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt[4]{9}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)}{2\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 20^{-1}} &= \frac{\sqrt{\sqrt{9}}\left(\frac{2-5}{10}\right)}{2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{20}} \\
&= -\frac{\sqrt{3}\cdot\frac{3}{10}}{\frac{\sqrt{3}}{10}} \\
&= -\sqrt{3}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{\sqrt{3}} \\
&= -3.
\end{aligned}$$

On part de l'expression initiale, puis chaque calcul est détaillé le mieux possible, en mettant des signes = entre chaque expression. Ecrire un calcul en colonne ainsi permet de rajouter éventuellement des arguments à droite des expressions au fur et à mesure. Le but est que vous (c'est plus facile de vérifier !) et la personne qui vous relira puissent suivre précisément ce que vous avez fait !

Enoncé 2 : Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $(x^2+x+1)(x^2-x+1)=x^4+x^2+1$ (Identité d'Argand).

Soit $x\in\mathbb{R}$, alors on a

$$(x^2+x+1)(x^2-x+1)=x^4-x^3+x^2+x^3-x^2+x+x^2-x+1=x^4+x^2+1.$$

Comme l'expression dépend d'une variable x, on commence par dire à quel ensemble elle appartient. Puis on remarque qu'il suffit de développer l'expression de gauche, donc on part de celle-ci, on développe en écrivant les étapes et on aboutit à la réponse désirée. On pourrait aussi partir de l'expression de droite et factoriser, mais c'est un peu plus difficile ici.

Enoncé 3 : Montrer que pour tous réels a, b, c, d, n, on a

$$(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = (ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2 \quad \text{(Identité de Brahmagupta).}$$

Soient a, b, c, d, n des réels. D'un côté, on a

$$(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = a^2c^2 - na^2d^2 - nb^2c^2 - n^2b^2d^2.$$

De l'autre, on a

$$\begin{aligned}(ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2 &= a^2c^2 + n^2b^2d^2 + 2nabcd - n\left(a^2d^2 + b^2c^2 + 2abcd\right) \\ &= a^2c^2 - na^2d^2 - nb^2c^2 - n^2b^2d^2.\end{aligned}$$

On a donc montré que $(a^2 - nb^2)(c^2 - nd^2) = (ac + nbd)^2 - n(ad + bc)^2$.
On commence par présenter les variables. Ici les deux expressions de chaque côté du signe = sont à développer, donc il suffit de les développer séparément pour se rendre compte que l'égalité est vraie.