

Théorème de représentation de Riesz

E espace euclidien/hermitien

$f \in E^*$. Alors il existe un unique vecteur $y \in E$

tel que $\forall x \in E, f(x) = \langle x, y \rangle$

Preuve Soit $\phi: E \rightarrow E^*$ définie par

$\phi(y) = \phi_y: E \rightarrow K, x \mapsto \langle x, y \rangle$. On vérifie facilement

que $\phi_y \in E^*$. L'application ϕ est linéaire

(à vérifier) et puisque $\phi_y(y) = \|y\|^2$, on a

que ϕ est injective. Puisque $\dim E = \dim E^*$,

on en déduit que ϕ est un iso.