

$$\phi(x,y) = x_1y_1 + \dots + x_3y_3 \quad \text{non symmetric}$$

1. $\phi(z,w) = 2 \times 5 + (-1) \times 15 + 3 \times 0 \times 1 + 6 \times 2 \times 1 + 2 \times (-1) \times 5$

$$z = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 1 \end{pmatrix} \quad -3 \times (-1) \times 1 + \dots = 3$$

2.

$$\phi(x,y) = x_1(y_1 + 6y_3) + x_2(y_2 + 2y_1 - 3y_3) + x_3(3y_3 + 3y_1 + y_2)$$

$$= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} y_1 + 6y_3 \\ 2y_1 + y_2 - 3y_3 \\ 3y_1 + y_2 + 3y_3 \end{pmatrix}$$

$$= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ker } \phi = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \exists y \in \mathbb{R}^3, \phi(x,y) = 0 \right\}$$

$x \in \text{Ker } \phi \Leftrightarrow \forall y \in \mathbb{R}^3, \phi(x, y) = 0$

$\Leftrightarrow \forall y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{R}$

$$y_1(x_1 + 2x_2 + 3x_3) + y_2(x_2 + x_3) + y_3(3x_3 + 6x_1 - 3x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_3 + 6x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots$$

n équations linéaires homogènes à n indéterminées

↳ Solution(s) est un espace de dimension ?
↔ base ?

Th: Si les équations sont indépendantes, la dimension de l'ensemble des solutions est $n - r$ ↗
pivot de base

Ainsi $\text{Ker } A = \{v \mid Av = 0\}$

$$2. \quad v_1 = (1, 1, 1)^T \quad v_2 = (0, 1, 1)^T \quad v_3 = (0, 0, 1)^T$$

$\phi(v_i, v_j) \quad 1 \leq i, j \leq 3$  gave 2 manies

$$3. \quad v_1 \perp$$

!!

$$\{y \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(v_1, y) = 0\}$$

$$y \in v_1^\perp \Leftrightarrow$$

$$\phi(v_1, y) = 0$$

$$\Leftrightarrow y_1 + y_2 + 3y_3$$

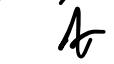
$$+ 6y_3 + 2y_1 - 3y_3 + 3y_1 + y_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6y_1 + 2y_2 + 6y_3 = 0$$

$v_1 \perp$ zu
sehr dim. 3-1=2

$$\Leftrightarrow 3y_1 + y_2 + 3y_3 = 0 \quad \text{de base}$$

$$((1, 0, -1), (0, 3, -1))$$

$S \perp ? \quad S \subseteq E$
 " "
 $\text{Vec}(S) \perp$
 " \leftarrow preuve ?
 $\{M_1, \dots, M_k\} \perp$ aca
 (M_1, \dots, M_k) bilden $\text{Vec}(S)$
 \Rightarrow 
 $= \bigcap_{i=1}^k M_i^\perp$