$\phi(x,y) = x_1 y_1 + \dots + x_3 y_2$ non symétrique

1. $\phi(z,w) = 2 \times 5 + (-1) \times 15 + 3 \times 0 \times 1 + 6 \times 2 \times 1 + 2 \times (-1) \times 5$

$z = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad - 3 \times (-1) \times 1 + \dots = 3$

2.

$$\phi(x,y) = x_1(y_1 + 6y_3) + x_2(y_2 + 2y_1 - 3y_3) + x_3(3y_3 + 3y_1 + y_2)$$

$$= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} y_1 + 6y_3 \\ 2y_1 + y_2 - 3y_3 \\ 3y_1 + y_2 + 3y_3 \end{pmatrix}$$

$$= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{Ker} \phi = \{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \forall y \in \mathbb{R}^3, \phi(x,y) = 0 \}$$

$x \in \operatorname{Ker}\phi \iff \forall y \in \mathbb{R}^3,\ \phi(x,y) = 0$

$\iff \forall y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{R}$

$y_1(x_1 + 2x_2 + 3x_3) + y_2(x_2 + x_3) + y_3(3x_3 + 6x_1 - 3x_2) = 0$

$$\iff \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_3 + 6x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases} \iff \dots$$

n équations linéaires homo. à m indéterminées

$\hookrightarrow$ Solutions est un ev $\nearrow$ dim ? $\searrow$ base ?

Th : Si les équations sont indépendants, la dim de l'ensemble des solutions est $m - n$

pivot de Gauss

A matrice $\operatorname{Ker} A = \{v \mid Av = 0\}$

2. $v_1 = (1,1,1)^t \quad v_2 = (0,1,1)^t \quad v_3 = (0,0,1)^t$

$\phi(v_i, v_j) \quad 1 \leq i,j \leq 3$ // faire 2 manières

3. $v_1^\perp$

$\|$

$\{y \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(v_1, y) = 0\}$

$y \in v_1^\perp \iff$

$\phi(v_1, y) = 0$

$\iff y_1 + y_2 + 3y_3$

$+ 6y_3 + 2y_1 - 3y_3 \quad + 3y_1 + y_2 = 0$

$\iff 6y_1 + 2y_2 + 6y_3 = 0$

$\iff 3y_1 + y_2 + 3y_3 = 0$

$v_1^\perp$ est sev de dim. $3 - 1 = 2$

de base

$((1,0,-1),(0,3,-1))$

$S^\perp$? $S \subseteq E$

$\mathrm{Vec}(S)^\perp$?

$\| \leftarrow$ preuve ?

$\{u_1, \dots, u_k\}^\perp$ avec

$(u_1, \dots, u_k)$ engendre $\mathrm{Vec}(S)$

$= \bigcap_{i=1}^{k} u_i^\perp$