Th (Cayley)

G d'ordre n $\quad G = \{g_1, \dots, g_n\}$

$$\phi : G \to S_n \quad \text{où} \quad \pi_g(i)\,?$$

$$g \mapsto \pi_g \qquad g\, g_i = g_{\pi_g(i)}$$

Résultat (morphisme) $\qquad$ Résultat : $\pi_g \in S_n$

- ϕ injective :

$$g \in \operatorname{Ker}\phi \iff \forall i,\ \pi_g(i) = i$$

$$\iff \forall i \quad g\, g_i = g_i$$

$$\hookrightarrow g = e$$

d'où $\operatorname{Ker}\phi = \{e\}$

($g \neq e \Rightarrow \pi_g$ n'a pas de points fixes)

D'où $\quad G/\operatorname{Ker}\phi \simeq \operatorname{Im}\phi$

$\rightsquigarrow \quad G \simeq \operatorname{Im}\phi$ sous-groupe de S_n

Formules des Classes

Soit $x \in X$ $\quad \operatorname{card}(\Omega_x) = \dfrac{|G|}{|G_x|}$

On définit $\quad G/G_x \longrightarrow \Omega_x$

$\quad \bar{a} \longmapsto a \cdot x \quad$ bien défini

$\quad a(g \cdot x) = a \cdot x \quad$ pour $g \in G_x$

C'est une bijection (à faire)

d'où $\operatorname{card}(G/G_x) = \operatorname{card} \Omega_x$

$$\begin{array}{c} \operatorname{card}(G/G_x) \\ \shortparallel \\ \dfrac{|G|}{|G_x|} \end{array}$$