Formules de Taylor (à connaitre)

Théorème (formule de Taylor-Lagrange). Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit f de classe $\mathcal{C}^n$ sur $[a,b]$, telle que $f^{(n+1)}$ existe sur $]a,b[$. ALORS il existe $a < c < b$ tel que :

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + ... + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(c) \ .$$

Théorème (formule de Taylor-Young). Soit $n \in \mathbb{N}$. soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Soit f une fonction telle que $f^{(n+1)}(x_0)$ existe [a]. ALORS il existe ϵ une fonction telle que

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0) + ... + \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(x_0) + (x-x_0)^{n+1}\epsilon(x)$$

pour tout x où f est définie et telle que $\lim\limits_{\substack{x\to x_0 \\ x\neq x_0}} \epsilon(x) = 0$.

[a] Sous-entendu, f est définie sur un intervalle ouvert contenant x_0 et la dérivée $n+1-$ème existe en x_0.