

Feuille de TD6

Exercice 6.1 Déterminez la loi (et spécifiez son nom) de la variable X dans les situations suivantes :

1. On lance un dé (non-truqué) dix fois. X désigne le nombre de fois où le résultat «6» est obtenu.
2. On lance un dé (non-truqué) jusqu'on ait obtenu un 6. X désigne le nombre de lancers.

Exercice 6.2 Par quelle loi peut-on approcher la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ si n est grand ?

Exercice 6.3 Dans un pot il y a dix billes dont quatre sont marquées avec le chiffre 1, trois avec le chiffre 2, deux avec le chiffre 3 et une avec le chiffre 4. On tire 3 billes au hasard, l'une après l'autre, en remettant chaque fois dans le pot la bille tirée.

1. Déterminez la loi de la variable X qui désigne le nombre de billes avec chiffre 1 ou 2 obtenus.
2. Déterminez la loi de la variable Y qui désigne la somme des chiffres obtenus.

Exercice 6.4 On lance une pièce (non-truquée) n fois au hasard. X désigne la différence entre le nombre de fois qu'on obtient pile et le nombre de fois qu'on obtient face.

1. Calculez l'espérance et l'écart type de X .
2. Trouver $a > 0$ et $b \in \mathbf{R}$ t.q. $Y = aX + b$ suit une loi binomiale.

Exercice 6.5 Soient X et Y deux v.a. indépendantes, de loi géométrique de paramètres respectifs p et q . Quelle loi suit la v.a. $Z = \min(X, Y)$?

Exercice 6.6 Dans une grande station de montagne, il y a 10 000 skieurs par semaine. On sait qu'en moyenne 1% des skieurs ont un accident pendant la semaine, et on va supposer que ce risque est le même pour chaque skieur indépendamment.

0. Quelle est la loi du nombre de skieurs accidentés par semaine ?

En utilisant l'approximation par la loi normale, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est la probabilité qu'il y ait moins que 100 accidents au cours d'une certaine semaine ?
2. Quelle est la probabilité qu'il y ait moins que 50 accidents au cours d'une certaine semaine ?
3. Pour être sûr à 95% d'accueillir toutes les victimes d'accidents, combien de places l'hôpital de la station doit-il préparer ?

Exercice 6.7 Mathias est censé recevoir deux emails importants dans les sept prochains jours. Le temps d'arrivée du premier email est une variable aléatoire de loi uniforme sur $[0, 7]$. Le temps d'arrivée du deuxième email est une variable aléatoire de densité

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{2x}{49} & \text{si } 0 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On peut supposer que les deux variables sont indépendantes. Quelle est la probabilité qu'à la fin du cinquième jour seulement un des deux emails soit arrivé ?