

Contrôle partiel n°2 du 21 novembre 2022 – Durée 1 heure

Les documents, les téléphones et les calculatrices ne sont pas autorisés.
La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

Exercice 1. Dérivation (2+2 points)

Pour chacune des fonctions suivantes, préciser son domaine de définition et calculer sa dérivée.

$$f(x) = 3x \exp(x^2 - x),$$
$$g(x) = \ln(\sin^2 x),$$

Exercice 2. Une suite (4 points)

On définit une suite $(u_n)_{n \geq 0}$ par récurrence en posant $u_0 = 0$, et pour tout entier n ,

$$u_{n+1} = \frac{1 + 2u_n}{2 + u_n}.$$

Montrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a $0 < u_n \leq 1$. (Si vous faites un raisonnement par récurrence, faites particulièrement attention à le rédiger proprement.)

Exercice 3. Suite arithmético-géométrique (4+1 points)

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = 4u_n - 3.$$

1. Calculer u_n pour tout entier n .
 2. Est-ce que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ converge ?
-

Exercice 4. Questions de cours (1+1+1 points)

1. Donner la définition de la convergence d'une suite.
 2. Donner la définition de la fonction \sinh (sinus hyperbolique).
 3. Donner la définition de la fonction \arccos (arc cosinus).
-

Exercice 5. Trigonométrie (5 points)

Résoudre l'équation suivante :

$$\sqrt{3} \sin(x) + \cos(x) = \sqrt{2}.$$