Théorème de Cayley

G d'ordre n. Alors G est iso. à un sous groupe de S_n

Preuve. $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ on numérote les élts de G

Soit $g \in G$ ~~arbitraire~~. On définit $\pi_g : \{1, \dots, n\} \to \{1, \dots, n\}$

par $\pi_g(i) = j$ où $g g_i = g_j$

($\Rightarrow$ bijective)

Alors $\pi_g \in S_n$. En effet, π_g est injective

$$\pi_g(i) = \pi_g(i') \Leftrightarrow g g_i = g g_{i'} \Leftrightarrow g_i = g_{i'}$$
$$\Leftrightarrow i = i'$$

On obtient $\Phi : G \to S_n$
$$g \mapsto \pi_g$$

- Φ morphisme (à faire)

- Φ injective :

$$g \in \operatorname{Ker} \Phi \Leftrightarrow \pi_g = id$$

$$\Leftrightarrow \underline{\forall} g_i \in G \,,\; g g_i = g_i$$

$$\Leftrightarrow g = e$$

donc $G \simeq \operatorname{Im}\Phi$ sous-groupe de S_n