$\mathcal{T} = \{ A \subseteq \mathbb{R}$ avec A au plus dénombrable = apd
ou A^c au plus dénombrable $\}$

1. $\mathcal{T}$ tribu

- $\emptyset \in \mathcal{T}$: ok car $\emptyset$ est fini (apd)
- $A \in \mathcal{T} \Rightarrow A^c \in \mathcal{T}$:
  - A est apd et alors $(A^c)^c$ est apd donc $A^c \in \mathcal{T}$
  - ou
  - A^c est apd donc $A^c \in \mathcal{T}$

- $(A_i)_{i \geq 0}$ éléments de $\mathcal{T} \Rightarrow \bigcup_i A_i \in \mathcal{T}$:
  - $\forall i$, A_i est apd alors $\bigcup_i A_i$ est apd

    donc $\bigcup_i A_i \in \mathcal{T}$
  - $\exists i_0$, A_{i_0} n'est pas apd $\leadsto A_{i_0}^c$ est apd

On montre $\left(\bigcup_i A_i\right)^c \in \mathcal{T}$ ($\Rightarrow \bigcup_i A_i \in \mathcal{T}$)
par le point précédent

On a $\left(\bigcup_i A_i\right)^c = \bigcap_i A_i^c \subseteq A_{i_0}^c$ apd donc $\left(\bigcup_i A_i\right)^c$ est apd et donc dans $\mathcal{T}$.

Conclusion : $\mathcal{T}$ est une tribu

2. Montrer que $\mathcal{T} \neq \mathcal{P}(\mathbb{R})$

Prenons par exemple $I = [0;1] \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$
alors I n'est pas apd et I^c non plus

donc $I \notin \mathcal{T}$

3. On a $I = \bigcup_{x \in I} \{x\}$ et $\forall x \in I$; $\{x\} \in \mathcal{T}$

mais $I \notin \mathcal{T}$