$(C_i)_{i \in I}$ connexes avec $\bigcap_{i \in I} C_i \neq \emptyset$

Montrer que $\bigcup_{i \in I} C_i$ est connexe

Soit $f : \bigcup_{i \in I} C_i \to \{0,1\}$ continue

On pose $f_i = f_{|C_i}$. C_i est connexe et f_i est continue donc f_i est constante, disons $f_i(x) = c$ $\forall x \in C_i$

Maintenant, soit $z = \bigcap_i C_i$, alors $f(z) = f_i(z) = c$ $\forall i \in I$ car $z \in C_i$

Et donc $\forall x \in \bigcup_i C_i$, alors $x \in C_{i_0}$ pour $i_0 \in I$

et $f(x) = f_{i_0}(x) = f_{i_0}(z) = c$

Donc f est constante donc $\bigcup_i C_i$ est connexe