

**Contrôle Continu 2 – Questions préparées – le mardi 21 novembre 2023**

---

**Question 1.** On admet que la fonction  $\exp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est dérivable et vérifie

$$\begin{cases} \exp' = \exp \\ \exp(0) = 1. \end{cases}$$

1. En considérant la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \exp(x) \exp(-x)$ , montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}.$$

2. En considérant, pour  $y$  fixé, la fonction  $g_y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \exp(x+y) \exp(-x)$ , montrer que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \exp(x+y) = \exp(x) \cdot \exp(y).$$

---

**Question 2.** Donner l'ensemble de définition et l'image de la fonction arctan. Quelle est la dérivée de la fonction arctan? Justifier le formule donnée par une démonstration.

---

**Question 3.** Soit  $l \in \mathbb{R}$  et  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite réelle. Donner la définition de «  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tend vers  $l$  ».

---

**Question 4.** Donner pour chacune des propriétés suivantes un exemple :

1. une suite bornée divergente ;
2. une suite monotone divergente ;
3. une suite convergente mais pas monotone ;
4. deux suites divergentes dont la somme converge.

*On rappelle qu'une suite est dite convergente si et seulement si elle admet une limite finie. Elle est dite divergente si et seulement si elle n'admet pas de limite finie.*

---

**Question 5.** Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  deux suites réelles qui tendent respectivement vers  $l_1$  et  $l_2$ , avec  $l_1$  et  $l_2$  dans  $\mathbb{R}$ .

Que dire de la suite  $(U_n + V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ? Démontrer le résultat énoncé.