

Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →  
et érivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
.....

Attention à ne pas vous tromper,  
toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

## QCM 1 - Analyse 1 - Lundi 4 décembre 2023

### 1 Vrai ou Faux

**Question 1** Soit  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$  et  $f : I \rightarrow I$  une fonction croissante. Alors toute suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 \in I$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  est monotone.

Faux       Vrai

**Question 2** Soit  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$  et  $f : I \rightarrow I$  une fonction décroissante. Alors toute suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 \in I$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  est monotone.

Vrai       Faux

**Question 3** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  trois suites réelles telles que

- $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \leq w_n \leq v_n$ ;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ ;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$ .

Alors l'affirmation  $0 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n \leq 1$  est

Fausse       Vraie

### 2 Fonctions continues

**Question 4** On définit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x(x-1)}{x^2-3x+2} & \text{si } x \neq 1 \text{ et } x \neq 2 \\ -3 & \text{si } x = 1 \\ 4 & \text{si } x = 2. \end{cases}$$

La fonction est continue sur

$\mathbb{R} - \{0, 1\}$         $\mathbb{R} - \{2\}$         $\mathbb{R} - \{1\}$         $\mathbb{R} - \{1, 2\}$         $\mathbb{R}$

et uniquement sur cet ensemble.

**Question 5** On définit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{2x} & \text{si } x \neq 0 \\ \lambda & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

On suppose que  $f$  est continue. Alors

$\lambda = 0$

$\lambda = \frac{1}{2}$

$\lambda = -1$

$\lambda = -\frac{1}{2}$

$\lambda = 1$

 On ne peut pas connaître  $\lambda$ .

Pour les DEUX questions suivantes et uniquement pour celles-ci plusieurs bonnes réponses sont possibles.

**Question 6** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Parmi les propriétés suivantes, lesquelles impliquent que  $f$  est continue en  $x_0$  ?

$f(x)^2$  tend vers  $f(x_0)^2$  lorsque  $x$  tend vers  $x_0$ .

$\exp(f(x))$  tend vers  $\exp(f(x_0))$  lorsque  $x$  tend vers  $x_0$ .

 Aucune.

$f(x)^3$  tend vers  $f(x_0)^3$  lorsque  $x$  tend vers  $x_0$ .

$E(f(x))$  tend vers  $E(f(x_0))$  lorsque  $x$  tend vers  $x_0$ .

**Question 7** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction et  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite réelle. Cochez les assertions exactes ?

Si  $f(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tend vers  $f(\ell) \in \mathbb{R}$  et  $f$  est continue en  $\ell$ , alors  $u_n$  a une limite.

Si pour toute suite qui vérifie  $u_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$ , on a  $f(u_n) \rightarrow f(\ell)$ , alors  $f$  est continue en  $\ell$ .

Si  $u_n$  tend vers  $\ell \in \mathbb{R}$  et  $f(u_n)$  n'a pas de limite, alors  $f$  n'est pas continue en  $\ell$ .

$E(f(x))$  tend vers  $E(f(x_0))$  lorsque  $x$  tend vers  $x_0$ .

Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tend vers  $\ell \in \mathbb{R}$  et  $f$  est continue en  $\ell$ , alors  $f(u_n)$  a une limite.

 Aucune de ces réponses n'est correcte.

### 3 Calcul de dérivée

**Question 8** Soit  $f : ]-1; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ . La dérivée de  $f$  vaut

$f'(x) = 1$

$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$

$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2+1}$

$f'(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

### 4 Limites

**Question 9** Soit  $f : ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xE(\frac{1}{x})$ . Quelles sont les assertions vraies ?

$\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} f(x) = 0$ .

$\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} f(x) = +\infty$ .

$\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} f(x) = 1$ .

  $f$  n'admet pas de limite en 0.

### 5 Inéquations

**Question 10** Soit  $E$  l'inéquation  $\ln|1+x| - \ln|2x+1| \leq \ln 2$ . Quelles sont les assertions vraies ?

L'ensemble des solutions de  $(E)$  est  $] -1; -\frac{3}{5}] \cup ] -\frac{1}{3}; +\infty[$ .

L'ensemble des solutions de  $(E)$  est  $] -\infty; -1[ \cup ] -1; -\frac{3}{5}] \cup ] -\frac{1}{3}; +\infty[$ .

Le domaine de définition de  $(E)$  est  $] -\frac{1}{2}; +\infty[$ .

L'ensemble des solutions de  $(E)$  est  $] -\infty; -1[ \cup ] -1; -\frac{3}{5}]$ .