Université Claude Bernard Lyon 1 UE Analyse 1 pour informaticiens
Semestre d'automne 2023-2024

Contrôle partiel n°2 – Sujet blanc

Les documents et appareils électroniques ne sont pas autorisés. La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

Exercice 1 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle et ℓ un réel. Donner la définition de « $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$ ».

Exercice 2 : Pour chacune des fonctions suivantes, préciser son domaine de définition et calculer sa dérivée.

$$f(x) = \frac{\cos^2(x) + x}{1 + x^4},$$

$$g(x) = \sqrt{1 - x^4}.$$

Exercice 3 : Classer les suites de termes généraux suivants par ordre de « négligeabilité ».

$$a_n = (n!)^2, \quad b_n = \frac{(n!)^4}{4^n}, \quad c_n = (\ln(n))^{100} n^{10}.$$

Exercice 4 : Démontrer que les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ données ci-dessous sont adjacentes.

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n+1}, \quad v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}.$$

Exercice 5 : On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = u_n - 3 + e^{u_n}.$$

1. Montrer que $u_n < \ln(3)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
3. Montrer que
$$\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty.$$