Université Claude Bernard Lyon 1 UE Analyse 1 pour informaticiens
Semestre d'automne 2023-2024

Contrôle continu n°1

Lundi 2 octobre 2022 – Durée : 20min.

Les documents, les téléphones et les calculatrices ne sont pas autorisés. La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble des réels x qui vérifient $-x^2 - 3x + 4 > 0$.

Solution: On cherche les racines du polynôme $-x^2 - 3x + 4$. Le discriminant de ce polynôme est $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 9 + 16 = 25$, ses deux racines sont donc $x_1 = \frac{3+\sqrt{25}}{-2} = -4$ et $x_2 = \frac{3-\sqrt{25}}{-2} = 1$. Comme le coefficient du terme de degré 2 est strictement négatif, on a $-x^2 - 3x + 4 > 0$ si et seulement si x est dans l'intervalle (ouvert à gauche et à droite) délimité par les deux racines, on a donc

$$-x^2 - 3x + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in]-4, 1[.$$

Exercice 2 : Déterminer l'ensemble des réels x qui vérifient $|x - 1| + |x + 1| > 3$.

Solution: On étudie cette inéquation sur les intervalles $]-\infty, -1]$, $]-1, 1[$ et $]1, +\infty[$.

- Pour tout x dans $]-\infty, -1]$ on a $|x - 1| + |x + 1| = 1 - x - (x + 1) = -2x$. Or $-2x > 3$ si et seulement si $x < -\frac{3}{2}$. Ainsi pour tout x dans $]-\infty, -1]$ on a $|x - 1| + |x + 1| > 3$ si et seulement si $x \in]-\infty, -\frac{3}{2}[$.
- Pour tout x dans $]-1, 1[$ on a $|x - 1| + |x + 1| = 1 - x + x + 1 = 2$. Mais comme $2 > 3$, aucun réel x de $]-1, 1[$ n'est solution de l'inéquation $|x - 1| + |x + 1| > 3$.
- Pour tout x dans $[1, +\infty[$ on a $|x - 1| + |x + 1| = x - 1 + x + 1 = 2x$. Or $2x > 3$ si et seulement si $x > \frac{3}{2}$. Ainsi pour tout x dans $[1, +\infty[$ on a $|x - 1| + |x + 1| > 3$ si et seulement si $x \in]\frac{3}{2}, +\infty[$.

En conclusion, l'ensemble des solutions de l'inéquation $|x - 1| + |x + 1| > 3$ est $]-\infty, -\frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}, +\infty[$.