

$g \in G$  d'ordre  $n$

1)  $\langle g \rangle = \{ g^m : m \in \mathbb{Z} \}$

- c'est un sous-groupe
- il contient  $\langle g \rangle$

2)  $m = qn + r$  div. euclidienne  $0 \leq r < n$   
 $m \in \mathbb{Z}$

$$g^m = \underbrace{(g^n)^q}_{= e} \cdot g^r \text{ d'où } g^m = g^r$$

$$\langle g \rangle \subseteq \{ g^r : 0 \leq r < n \}$$

3) il reste à montrer que les  $g^r$ ,  $0 \leq r < n$ ,  
sont tous distincts.

Si on  $g^i = g^j$   $0 \leq i < j < n$

d'où  $g^{j-i} = e$  avec  $0 < j-i < n$

donc  $j-i \neq 0$

par minimalité  
de l'ordre