Université Claude Bernard Lyon 1 Semestre d'automne 2019-2020

Algbre III - Licence de mathématiques générales et applications L2

Contrôle Continu n° 1

Mardi 8 Octobre 2019 – Durée 60 minutes

Let calculatrices et documents ne sont pas permises.

Exercice 1 (6 pt.)**.** Soient $\sigma = (14)(25)(36)$ et $\tau = (123)(654)$ deux permutations de S_6.

1. Déterminer l'ordre et signature de σ et de τ.
2. Déterminer τ^{-1}.
3. Déterminer la signature de $\sigma \circ \tau$.
4. Decomposer $\tau \circ \sigma$ en cycles et donner son ordre.

Exercice 2 (5 pt.)**.** On considère un espace vectoriel E avec une base $\mathcal{B} = \{b_1, \cdots, b_n\}$. Soit $\sigma \in S_n$ une permutation et u_σ l'endomorphisme de E qui agit sur $\mathcal{B}$ par

$$u_\sigma(b_i) = b_{\sigma(i)}.$$

Calculer $\det(u_\sigma)$. Justifier vos étappes de calcul.

Exercice 3 (4 pt.)**.** Soit $n \in \mathbb{N}$, $n > 4$ et $a \in \mathbb{R}$. Trouver le déterminant de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & \ddots & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{pmatrix}.$$

(à part des valeurs sur la diagonale il y n'a que quatre coefficients non-nulles)

Exercice 4 (5 pt.)**.** Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$. Trouver toutes les valeurs de x telle que la matrice A est invertible où

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & a & -b \\ -1/a & x & x^2 \end{pmatrix}$$